

# GÉNESIS DE UNA TEORÍA DE LA INCERTIDUMBRE\*

*Jaime Gil Aluja*

*Catedrático de la Universidad de Barcelona*

Desde una perspectiva investigadora, el cartesianismo ha dado pie a abrazar, a la vez, el espiritualismo y el racionalismo, el mecanicismo y el dualismo. Han sido precisamente estos dos últimos *ismos* los que con mayor asiduidad han mostrado su presencia desde el inicio mismo de la actividad científica occidental. En efecto, la idea de "leyes de la naturaleza" y la de "separación entre espíritu y materia" han ido tiñiendo el árbol del conocimiento, primero superficialmente, después ahondando hasta sus más profundas raíces. Durante muchos siglos se ha sostenido que "la naturaleza está obligada a seguir ciertas reglas que conducen a estructuras basadas en la *certeza*. Esto queda ya patente en las leyes de Newton y, curiosamente, las que se han considerado grandes revoluciones del siglo XX, la *mecánica cuántica* y la *relatividad*, no han hecho más que confirmar esta visión"<sup>1</sup>. Por otra parte, frente a la tradición filosófica que atribuía al alma tanto las funciones espirituales como biológicas, el cartesianismo separa ambos aspectos, atribuyendo al cuerpo humano *el principio de la vida* y al alma *el principio del pensamiento*. Dualismo perfectamente entroncado con el principio aristotélico<sup>2</sup> del "tercio excluso".

No puede extrañar, pues, que la lógica, y consiguientemente la matemática, varias veces milenarias, se hayan apoyado en tales elementos. Su efecto no dejó de sentirse en la práctica totalidad de las ramas de la Ciencia. En efecto, consideradas lógica y matemática de utilización universal, por cuanto "el ejercicio de la razón es el mismo sea cual sea el objeto en el cual aplica", los distintos ámbitos del Conocimiento se han visto impregnados de esta especie de deontología de la inteligencia. Deontología que el Discurso del Método completó con el establecimiento del orden a seguir en las investigaciones. Este podía quedar resumido en cuatro "reglas": la de la *evidencia*, la del *análisis*, la de la *síntesis* y la de la *verificación*. He ahí la herencia recibida, rica en contenido y en matices. Fruto del pensamiento de muchas generaciones. Fértil en resultados, tanto para el desarrollo del ser humano, como también para el de la sociedad.

La regla de la evidencia (no aceptar como verdadero nada que no sea evidente) se puede entroncar con aquella línea de pensamiento en la que se hallaban excluidas las hipótesis, en las ciencias experimentales. Quedaba, entonces, como único criterio de razón, la conformidad con los fenómenos. Significativo es, en este sentido el texto contenido en el escolio general del tercer libro de los "Principia" de Newton, que se resume en la famosa frase "hypothesis non fingo". De él son estas palabras: "No he logrado deducir de los fenómenos la razón de esta propiedad de la gravedad y no imagino hipótesis alguna (hypothesis non fingo), pues todo lo que no deriva de los fenómenos es una hipótesis y las hipótesis no pueden ser admitidas en la filosofía experimental ...". No podemos admitir que sea suficiente la existencia de fenómenos, aunque éstos se manifiesten de conformidad con leyes conocidas. La *mutabilidad*, consustancial con nuestro tiempo, exige la formulación de hipótesis. Nos atreveríamos a decir que éstas deben ser incluso arriesgadas. La ciencia difícilmente avanza con la ortodoxia. Los grandes pasos acostumbra a ser el resultado de formas de pensamiento inicialmente heterodoxas

Las reglas del análisis y de la síntesis (descomponer lo complejo hasta llegar a lo simple y recomponer lo simple para llegar a lo complejo) han tenido su razón de ser, y la siguen teniendo, cuando las interconexiones entre los fenómenos, o partes de un fenómeno, carecen de entidad sufi-

---

\* El contenido de este artículo constituye fundamentalmente el Discurso pronunciado por el profesor Gil Aluja en el Acto en el que se le impuso la Gran Cruz de la Orden Civil de Alfonso X el Sabio.

<sup>1</sup> Gil Aluja, J.: "Nuevas técnicas de gestión de empresas" en Retos empresariales para 1998. Ed. Estola Universitaria d'Estudis Empresarials (U.B.). Barcelona 1997, pág. 291.

<sup>2</sup> Atribuido también a Crisípides.

ciente como para modificar la agregación simple de los resultados parciales. Pero en unos sistemas sociales en los cuales el término *complejidad* ha adquirido carta de naturaleza, resulta difícil imaginar que bastan estas reglas para "explicar" la fenomenología de nuestros días. Las estructuras lineales, tan aceptadas tradicionalmente, resultan cada vez más pobres para interpretar la globalidad de los fenómenos. Su empleo se va reduciendo a medida que avanzan las técnicas de colección y tratamiento de la información. Cada vez resulta más difícil hacer caber en los esquemas clásicos las complejas realidades actuales.

La regla de la verificación o enumeración (revisar la aplicación correcta de las anteriores reglas) adquiere todo su sentido cuando sirve no sólo a la propia esencia del proceso formal sino también para ver si aquellas reglas "podían" ser empleadas para el estudio de los fenómenos. Si bien es cierto que en las ciencias experimentales es admisible este proceso, entendido desde esta perspectiva, su utilización actual en el ámbito de las ciencias sociales resulta la mayor parte de las veces, inadecuada. Y ello es así, por cuanto raramente los fenómenos se repiten en las mismas circunstancias, como consecuencia de la rapidez con la que se producen los cambios, casi siempre fundamentales, en cuanto a su incidencia en los que se van a producir en el futuro.

## LAS DUDAS

Este panorama científico, era aceptado como norma habitual de conducta por quienes, hay que reconocer que con no pocos esfuerzos, habían conseguido un lugar en las estructuras universitarias de nuestro país. Sin embargo, la rigidez de los elementos instrumentales de los que se disponía para hacer frente a los cada vez más importantes retos planteados para la apertura de nuestra sociedad, creaban no pocas frustraciones a los jóvenes investigadores, sobre todo a aquellos que al amparo de una legislación universitaria flexible, compatibilizaban las realidades de las empresas e instituciones con la docencia en la Universidad. Su terquedad en aplicar las técnicas heredadas a unos nuevos fenómenos, válidas quizás en otros momentos, provocaron un cierto escepticismo de la sociedad actuante hacia la sociedad pensante. La frase "es posible que los universitarios sepan mucho, pero su saber no nos sirve" es, en este sentido, significativa. Se patentizaba, de esta manera, el divorcio entre la Universidad y la Sociedad, que tanto está costando recomponer.

Pero el conflicto entre las rutinas adquiridas y las realidades mutables tiene también una influencia saludable en los espíritus más inquietos, aquellos que intentan encontrar nuevos espacios en los cuales ejercer el poder de su imaginación. Para quienes nos hallábamos en el ámbito de las ciencias sociales y concretamente en el campo de la economía y la gestión, un soplo de aire fresco nos envuelve con la llegada de una obra de este gigante que ha sido el profesor Arnold Kaufmann. La llamada "investigación operativa", aporta una manera distinta de enfocar los problemas. Las teorías descienden hacia los fenómenos a partir de la elaboración de modelos y algoritmos. La idea no es nueva, más de un milenio la ha contemplado, pero la joven Ciencia Económica la recibe envuelta en nuevos pañales. Se extiende la idea de que el marginalismo ha sido superado y, evidentemente, con él su sustrato de mecanicismo. Se avanza en el tratamiento de viejos planteamientos. Se dan soluciones aceptables a los problemas de stocks, de inversiones, de renovación de equipos ..., y a partir del algoritmo "branch and bound" se resuelve, finalmente, el interrogante del "viajante de comercio". Conocemos que, gracias a la programación lineal, se ha hallado una buena solución para los suministros a Berlín, mediante el puente aéreo. Se sabe, que la teoría de colas ha sido de gran utilidad para regular el tráfico en los grandes puertos de Europa .... Desde una perspectiva formal resurgen las cadenas finitas de Markov y la Programación Dinámica para representar el encadenamiento de fenómenos que buscan una optimización<sup>3</sup>. Los frecuentes viajes del *maestro* a nuestra ciudad, completados por breves escapadas a Grenoble, ponen a nuestra disposición una importante caja de herramientas a la que poder recurrir cuando aparecen determinados problemas.

---

<sup>3</sup> Kaufmann, A. y Gil Aluja, J.: *Nuevas técnicas para la dirección estratégica*. Publicacions Univertat de Barcelona. 1991, pág. 21-84 y 189-195.

Sin embargo, una vez más, los acontecimientos, empujados por la vorágine de una sociedad en continua transformación, han sobrepasado las disponibilidades de elementos creados para comprenderlos, explicarlos y tratarlos en aras a hacerlos más aptos en el intento de satisfacer nuestras necesidades o nuestros deseos. En efecto, urgando en lo más profundo de nuestras estructuras sociales, aparecen algunos rasgos que permiten diferenciar las distintas realidades en grupos<sup>4</sup> con una cierta homogeneidad, en vistas a una formalización (explicación) previa a su tratamiento:

- a) Los fenómenos, objeto de estudio, así como su evolución, son conocidos, en términos de certeza.
- b) Se conocen los fenómenos, y su evolución se puede explicar mediante leyes probabilistas, emanadas de la axiomática de Borel Kolmogorov.
- c) Se conocen los fenómenos posibles y su posible evolución, aunque ambos se hallan ligados a leyes probabilísticas.
- d) Se conocen los fenómenos, pero su evolución sólo puede ser estimada numéricamente, de manera subjetiva.
- e) Conocemos los fenómenos posibles mediante leyes de probabilidad, pero su evolución sólo puede ser estimada, numéricamente, de manera subjetiva.
- f) Tanto los fenómenos como su evolución, sólo pueden ser estimados. numéricamente, de manera subjetiva.
- g) No es posible estimar numéricamente, sea objetiva, sea subjetivamente, los fenómenos, su evolución o ambas cosas a la vez.

Esta enumeración, que no pretende ser exhaustiva, tiene como único objetivo poner en evidencia la variedad de *objetos materiales* susceptibles de ser tratados mediante las herramientas disponibles en aquellos momentos. No pueden extrañar, pues, las dudas e inquietudes de quienes buscábamos un punto de apoyo donde asirnos, ante la amargura de conocer nuestra ignorancia. Éramos capaces de abordar la certeza, disponíamos de medios para actuar ante fenómenos regidos por el azar, pero nos veíamos impotentes cuando la subjetividad era el único recurso para avanzar en nuestros cálculos. Contemplábamos con tristeza a aquellos buenos científicos, los cuales, hurtando en campo prohibido, utilizaban esquemas propios de la objetividad en situaciones cuyas informaciones eran claramente subjetivas. ¡Cuántas veces hemos recordado la advertencia de nuestro maestro cuando nos decía: "es malo engañar a los demás pero lo peor es engañarse uno mismo". En el fondo habíamos creído encontrar un sustituto, o si se quiere un complemento, al mecanicismo y habíamos caído en otro mecanicismo. Desde una perspectiva actual, sin embargo, es necesario reconocer la gran aportación que significaron aquellas consecuciones, de las cuales, aún hoy, conservamos gran parte de su metodología. Debemos admitir que sus modelos y algoritmos constituyen, todavía, bases sólidas donde fundamentar los más avanzados razonamientos.

## LAS ESPERANZAS

Creo recordar que transcurrían los días que cerraban la década de los 60, cuando recibí una llamada de mi maestro Arnold Kaufmann avisándome del envío de un artículo "Fuzzy Sets" obra del profesor iraní Lofti Zadeh<sup>5</sup>. Me recomendaba un atento análisis. Él, por su parte, estaba trabajando en un libro que luego iba a ser el primero que se publicó en el campo de la matemática borrosa<sup>6</sup>. Su lectura resultó apasionante. Parecía imposible que en tan poco espacio y con tanta sencillez pudieran sugerirse tantas cosas. En su impresionante intuición, el profesor Kaufmann veía acertadamente las grandes posibilidades de los razonamientos contenidos en aquel trabajo para el estudio de las ciencias sociales, en las cuales el pensamiento humano, tan cargado de matices, juega un papel fundamental. El

---

<sup>4</sup> Para esta agrupación hemos tomado como punto de partida Kaufmann, A.: *Modeles mathématiques pour la stimulation inventive*. Ed. Albín Michel. París 1979, pág. 53.

<sup>5</sup> Zadeh. L.: Fuzzy Sets. *Information and Control*, 8, Junio 1965, pág. 338-353.

<sup>6</sup> Kaufmann, A.: *Introduction a la theorie des sous-ensembles flous*. Vol. 1. Ed. Masson. París 1973. Seguirían luego tres volúmenes más en la misma editorial.

ingeniero-matemático facilitaba al economista los fundamentos sobre los que edificar una nueva manera de concebir el tratamiento de los problemas económicos y de gestión. Sólo hacía falta aceptar lo ofrecido, tener fe en su viabilidad y esperanza en que los trabajos que se realizaran en el futuro fueran reconocidos en los cenáculos donde la ciencia es validada.

Poco a poco iban aflorando, mediante conferencias, artículos y comunicaciones en congresos, los resultados de las primeras investigaciones. Al primer y reducido grupo de científicos se iban agregando otros en progresión creciente, cubriendo, cada vez más, nuevas áreas del Conocimiento, tales como matemáticas, ingeniería, economía, física, ... y hasta música. No fue fácil romper rutinas y recelos. Los "heterodoxos" no siempre eran bienvenidos en las manifestaciones académicas. Pero el tiempo y los resultados obtenidos acabaron por vencer la resistencia de los escépticos. Y muchos de aquellos que inicialmente nos recibían con sonrisa burlona hoy pregonan a los cuatro vientos una pretendida paternidad de esta nueva vía hacia el Conocimiento.

En unos primeros momentos, los contactos con el profesor Kaufmann fueron esporádicos, aunque frecuentes. Cada uno de nosotros realizaba su búsqueda independientemente. Fue un buen día, al regresar de un viaje después de asistir a un seminario internacional, cuando el maestro quiso compartir sus inquietudes con el alumno, iniciando, así, una larga etapa de trabajo conjunto. Fruto de esta unión de voluntades ha sido la publicación de más de una decena de libros, multitud de trabajos, conferencias, seminarios, comunicaciones y ponencias en congresos. Etapa fructífera, en alegrías y reconocimientos, que nos llevó hasta los más escondidos rincones de los cinco Continentes. Más de 25 años de labor, en la que sembramos una semilla que está germinando con la formación de una innumerable cantidad de grupos de investigación que, ya hoy, son un orgullo para la comunidad científica internacional. Nuestra colaboración sólo fue interrumpida cuando la madrugada del 20 de junio de 1994 el corazón del profesor Kaufmann dejó de latir y su alma traspasó el umbral de lo finito para tomar aposento en la eternidad. Desde el primer momento, el maestro creyó en las posibilidades abiertas en las ciencias sociales con la introducción de la idea de subconjunto borroso. Tanto es así que volcó los últimos años de su vida en ayudar a esta rama de la ciencia. Hace sólo unos pocos días, con ocasión de la tradicional felicitación de Año Nuevo, el eminente pensador Jacques Pezé<sup>7</sup> recordaba haberle oído con frecuencia comentar: "no mire Vd. a París, Londres, Berlín o Grenoble, a partir de ahora las *"grandes cosas"* sucederán en Barcelona". Desde un inicio, las primeras ediciones de nuestras obras eran sistemáticamente publicadas en nuestro país. Incluso quisimos que el libro que recogía una de las más queridas teorías, la de los efectos olvidados<sup>8</sup>, saliera a la luz, en su primera versión, en lengua catalana.

Somos conscientes de que esta breve rememoración de acontecimientos no es suficiente para dar testimonio de lo que ha significado y significa este cambio en la dirección de la investigación científica. La realidad es que ni siquiera nosotros mismos nos dábamos cuenta de que, al andar, se formaba una senda que conducía a un esplendoroso campo abonado en el cual cada hora invertida era retornada al mil por uno. En los primeros años, los trabajos, dispersos, iban dirigidos a la transformación de los elementos teóricos y técnicos ya conocidos y aceptados con objeto de ir creando, a partir de la idea de Zadeh, un cuerpo sólido y, sobre todo, una estructura con coherencia interna. Esto tuvo su máxima significación en el ámbito de la matemática numérica con la definición de "número borroso". A partir de aquí, se inicia el proceso de reivindicación de lo subjetivo como elemento integrante del conocimiento científico. Se recuperan, a partir de la teoría de errores, los intervalos de confianza, las triplas y los cuádruplos, para que, conjuntamente con los números borrosos, se dispusiera de todo un abanico de *números inciertos*. La característica más importante de estos números es que son susceptibles de representar los fenómenos a partir de estimaciones objetivas o subjetivas. Con ellos se acota, en el peor de los casos, la incertidumbre de su ocurrencia. Nos dimos cuenta de que

---

<sup>7</sup> Conocido por sus trabajos sobre la alternancia de la entropía, siguiendo el ejemplo de Sócrates con la mayéutica, del Budismo Zen y de los trabajos de Cleoparedé. Se puede consultar a este respecto: Kaufmann, A., Gil Aluja, J. y Gil Lafuente, A.M.: "La creatividad en la gestión de las empresas". Ed. Pirámide. Madrid 1994, pág. 19.

<sup>8</sup> Kaufmann, A. y Gil Aluja, J.: *Models per la recerca d'efectes oblidais*. Ed. Milladoiro. Santiago de Compostela 1989.

con los números inciertos se podían realizar, cada vez más, operaciones<sup>9</sup> de las que estábamos acostumbrados a realizar con los números "vulgares" (tomando, evidentemente, las debidas precauciones). Estos elementos numéricos eran susceptibles de ser incorporados, en muchos casos, en los modelos y algo-ritmos clásicos, sustituyendo el número cierto o el "número" aleatorio por el número incierto. De esta manera, bastaba un buen conocimiento de la aritmética de la incertidumbre, por una parte, y de la investigación operativa tradicional, por otra, para crear *instrumentos operativos inciertos*. Se había abordado, de esta manera, una parte importante de dos eslabones del Conocimiento: matemática fundamental (numérica) y matemática aplicada. Subimos un tercer peldaño cuando en 1986 publicamos la primera obra conocida, dedicada exclusivamente al tratamiento de problemas económicos y de gestión en la incertidumbre<sup>10</sup>. En ella se recogían estudios de muy diversa índole (inversiones, renovación de equipos, gestión de stocks, distribución de productos, ...). Paralelamente y de manera tímida, se iban realizando incursiones en el ámbito de la matemática no numérica, más en el campo instrumental que en el fundamental y una nueva obra<sup>11</sup> incluye una muestra de los tres niveles: matemática numérica, instrumentos numéricos y no numéricos, y aplicaciones económicas y de gestión.

El desarrollo instrumental, día a día más complejo y completo, permite aplicaciones en campos cada vez más amplios. Pero estas estructuras formales, coherentes normalmente en sí mismas, provocan las primeras críticas fundadas, las cuales tienen como eje el hecho de asentar los cálculos, a veces extensos, en unas informaciones sostenidas únicamente en la opinión de un experto. Se decía que, por muy cualificado que éste fuere, no por ello su información deja de ser subjetiva y, por tanto, opinable. De nuevo volvía la duda sobre el carácter científico de la subjetividad, tan férreamente defendido en nuestros trabajos. Sin dejar la línea de investigación emprendida dedicamos un cierto tiempo a la búsqueda de elementos que, de alguna manera, permitiera mitigar el grado de subjetividad inherente a la mayor parte de las informaciones numéricas disponibles en las Ciencias Sociales. Fue así como, a partir de los trabajos de Feron<sup>12</sup> se elabora el concepto de expertos, número incierto considerado como el más general resultante de la agregación de varios (muchos si se quiere) expertos. El desarrollo de su aritmética ha permitido amplias y fecundas aplicaciones<sup>13</sup>. Con todo ello, parecía culminada la estructura básica de la matemática numérica de la incertidumbre.

Resultaba entonces honesto preguntarse si nos hallábamos realmente ante un nuevo paradigma del análisis económico. Era evidente la existencia de un original contenido teórico y técnico, capaz de hacer frente, cada vez con mayor holgura, a los importantes componentes de incertidumbre de los fenómenos sociales. Sin embargo la transformación de los esquemas numéricos, ya conocidos en la certeza y el azar, al ámbito de la incertidumbre, no justificaban, por sí mismos, la aceptación de un cambio paradigmático. Volvimos, entonces, los ojos hacia la matemática no numérica, intensificando los trabajos para la recuperación, reformulación teórica y creación de métodos, modelos y algoritmos, en aras a una nueva concepción doctrinal. Es así que se consolida la teoría de los efectos olvidados de las afinidades<sup>14</sup> como generalización de los conceptos de semejanza y similitud. Simultaneando la búsqueda de elementos teóricos y técnicos con su aplicación al campo económico y de gestión<sup>15</sup>,

<sup>9</sup> Kaufmann, A., Gil Aluja, J. y Terceño, A.: Matemática para la economía y la gestión de empresas. Ed. Foro Científico, Barcelona 1994.

<sup>10</sup> Kaufmann, A., Gil Aluja, J.: Introducción de la teoría de los subconjuntos borrosos a la gestión de las empresas. Ed. Milladoiro. Santiago de Compostela 1986.

<sup>11</sup> Kaufmann, A., Gil Aluja, J.: Técnicas operativas de gestión para el tratamiento de la incertidumbre. Ed. Hispano-Europea. Barcelona 1987.

<sup>12</sup> Feron, R. Economie d'échange aléatoire floue. C.R. Atad. Sciences. Pans n° 282 Serie A, 1976.

<sup>13</sup> Véase, por ejemplo, Kaufmann, A., Gil Aluja, J.: Técnicas de gestión de empresa (previsiones, decisiones y estrategias). Ed. Pirámide. Madrid 1992, pág. 37-129 y pág. 236265.

<sup>14</sup> Kaufmann, A., Gil Aluja, J.: Selection of affinities by means of fuzzy relations and Galois lattices. Actas del Euro XI Congress O.R. Aachen 16-19 Julio 1991; Kaufmann, A., Gil Aluja, J.: Técnicas de gestión de empresa (previsiones, decisiones y estrategias). Ed. Pirámide. Madrid 1992, pág. 206-222 y 347-405; Kaufmann, A., Gil Aluja, J.: Técnicas especiales para la gestión de expertos. Ed. Milladoiro. Santiago de Compostela 1993, pág. 151-174.

<sup>15</sup> Citamos, como ejemplo, la obra de Kaufmann, A., Gil Aluja, J. y Gil Lafuente, A.M.: La creatividad en la gestión de las empresas. Ed. Pirámide. Madrid 1994.

realizamos incursiones en otras fuentes del conocimiento. Parecía que la teoría de los subconjuntos borrosos y sus múltiples variantes, no eran suficientes para dar cumplida respuesta a los problemas derivados de la incertidumbre. Junto con el profesor Nicolui Horia Teodorescu de la Academia rumana, (y la colaboración de la profesora Gil Lafuente), publicamos unos trabajos<sup>16</sup> en los que se intentaba aprovechar la teoría del caos y de la borrosidad para dar nacimiento a una teoría del caos borrosa. Al propio tiempo, firmábamos junto con el profesor Kaufmann la que había de ser su obra póstuma<sup>17</sup>. En ella, se pretendía dar un nuevo giro a los estudios de neuromimética. Conscientes de la importancia que podría adquirir, para las ciencias sociales, mimetizar el funcionamiento del cerebro de los seres vivos, pero conocedores también de las dificultades halladas en este sentido por ingenieros e informáticos, concebimos la idea de aprovechar las propiedades de la teoría de gratos, acomodándolas al funcionamiento de las arquitecturas neuronales. Es a partir de entonces cuando nace el concepto de "grato neuronal".

## LA LUZ

La inevitable, y sin embargo no prevista, ruptura de una colaboración científica de tantos años invitaba a una etapa de reflexión. En ella nos dimos cuenta de que, nuevamente, nuestros últimos trabajos tendían a una cierta dispersión. Era necesario buscar un elemento unificador. Recurrimos a la lógica. Rememorando estudios recientes<sup>18</sup> aparecía clara la conexión entre la lógica booleana y las matemáticas mecanicistas, pero ¿cuál podía ser la fuente a partir de la cual entroncar las matemáticas de la incertidumbre, mucho más plurales?. Esta pregunta tenía relación con otra que nos había atormentado durante dos decenios: ¿por qué, desde hace más de 50 años, inteligencias privilegiadas, sabidurías incontestadas, como Beltran Rusell, Lukaciewicz, Moissil, y tantos otros, habían iniciado caminos paralelos al emprendido por nosotros y se encontraban siempre con callejones sin salida?. En la estructura clásica de la investigación científica los cinco eslabones del conocimiento poseen una perfecta conexión entre sí: principios (fundamentalmente el del "tercio excluido" y de "no contradicción"), lógica (la formal o booleana con un sólo operador de inferencia), matemática mecanicista (la binaria toma su mayor sentido), matemática aplicada (métodos, modelos, algoritmos) y su utilización en los distintos campos del conocimiento (economía, gestión, física, ingeniería, ...). En el hipotético nuevo paradigma se dispone de una matemática de la incertidumbre, de unos instrumentos operativos (matemática aplicada), las aplicaciones en todos los ámbitos se habían multiplicado (en economía y gestión, varias e importantes obras<sup>19</sup> daban fe de ello, en ingeniería artículos de consumo habitual se venden en los almacenes de todo el mundo: lavadoras, aspiradoras, videograbadoras, ascensores, ...). Sin embargo en el ámbito de la lógica es necesario deambular de aquí para allá, si se desean encontrar elementos suficientes para formar cuerpos sólidos y coherentes. Por otra parte, la existencia de varios (muchos) operadores de inferencia, tales como los de Lee, Lukaciewicz, Post, Goguin, ..., (ligados, esto sí, a estructuras matemáticas conocidas) dificulta la visión unitaria del nuevo cuerpo científico. Aquellos ilustres investigadores habían abordado eslabones específicos pero no habían atacado el problema en su raíz. Faltaba el elemento aglutinador .... ¿Por qué las cosas sencillas resultan, a veces, tan difíciles de encontrar?. Tantos años buscando ... y la solución se hallaba ante nuestros ojos. En

---

<sup>16</sup> Gil Aluja, J., Teodorescu, H.N. y Gil Lafuente, A.M.: Periodicity and Chaos in Economic Fuzzy Forecasting. Kyushu Institute of Technology. Iizuka, Fukuoka (Japón) 1992, pág. 85-92, reproducido en: An Introduction to Fuzzy Systems. LEAO-LAMI. Lausana 1994 y en: An Introduction to Chaos Theory and Applications. Université de Lausanne. Lausana 1994; Teodorescu H.N. y Gil Aluja, J.: Phenomenes economiques chaotiques de croissance: modelles flous, en Trends in Fuzzy Systems and Signals. AMSE Press. Tassin (Francia) 1992; Gil Aluja, J. y Teodorescu H.N.(Eds): An Introduction to Chaos Theory and Applications. UNIL-HEC, Lausana (Suiza) 1994.

<sup>17</sup> Kaufmann, A. y Gil Aluja, J.: Grafos neuronales para la economía y la gestión de empresas. Ed. Pirámide. Madrid 1995.

<sup>18</sup> Kaufmann, A. y Gil Aluja, J.: Técnicas de gestión de empresas (previsiones, decisiones y estrategias) Ed. Pirámide. Madrid 1992, pág. 15-36 y 226-235; Kaufmann, A. y Gil Aluja, J.: Técnicas especiales para la gestión de expertos. Ed. Milladoiro. Santiago de Compostela 1993, pág. 207-259.

<sup>19</sup> Sólo a título de ejemplo citaremos las publicadas en nuestro país (traducidas luego a varios idiomas). Gil Lafuente, A.M.: El análisis financiero en la incertidumbre. Ed. Ariel. Barcelona 1990; Gil Lafuente, A.M.: Fundamentos de análisis financiero. Ed. Ariel. Barcelona 1993; Gil Aluja, J.: La gestión interactiva de los recursos humanos en la incertidumbre. Ed. Ceura. Madrid 1996; Gil Lafuente, J.: Marketing para el nuevo milenio. Ed. Pirámide, Madrid 1997; Gil Aluja, J.: Invertir en la incertidumbre. Ed. Pirámide. Madrid 1998.

efecto, ¿por qué no recurrir al último eslabón, al de los principios?. Si el dos veces milenario "principio del tercio excluso" no era capaz de amparar el nuevo vendaval de conocimientos, porqué no formular otro. En el Congreso Internacional SIGEF de Buenos Aires<sup>20</sup>, oficializamos el nuevo "principio de la simultaneidad gradual", cuyo enunciado es el siguiente: "Una proposición puede ser verdadera y falsa a la vez, a condición de asignar un grado a la verdad y un grado a la falsedad". Quedaba cerrada, así, la estructura de un cuerpo científico que podía ir siendo contemplado con nuevas aportaciones sin riesgo de dispersión. Pero es que, además, este principio, al generalizar el del tercio excluso, las lógicas, matemáticas, instrumentos y aplicaciones, en él amparadas, generalizan también las derivadas del principio del tercio excluso. De esta manera, es posible afirmar, sin temor a equivocarnos, que, en todo caso, los trabajos realizados a lo largo de los tiempos se pueden inscribir, sin duda alguna, como casos particulares de este nuevo cuerpo científico.

Con este núcleo de conocimientos, creemos no deben existir dificultades insalvables para progresar en la renovación de las distintas ramas del árbol de la Ciencia, renovando teorías, generalizando otras y creando de nuevas, cuando las existentes no den cumplida satisfacción a las necesidades e inquietudes de intelectuales y hombres de acción. En el ámbito de las ciencias económicas y de gestión, un concepto parece primar sobre los demás, el concepto de *decisión*. Tanto es así que, para muchos, la economía es la ciencia de la decisión. Pues bien, recientemente hemos emprendido la tarea de elaborar una teoría de la decisión utilizando instrumentos emanados de la matemática no numérica de la incertidumbre. El resultado ha salido a la luz hace unos meses, con la publicación en Estados Unidos, de la obra "Elements for a theory of decision in uncertainty"<sup>21</sup>, construida en base a cuatro conceptos fundamentales: relación, asignación, agrupación y ordenación. Con ellos es posible adoptar decisiones sin necesidad de recurrir a elementos numéricos, como sucede en las viejas teorías sobre la decisión. Teorías en donde eran protagonistas conceptos tales como productividad, rentabilidad, economicidad, quedan ahora desplazados y sustituidos por otros. Su utilidad adquiere carta de naturaleza en unos momentos en los que la incertidumbre es tal que ni siquiera es posible acotar los fenómenos para adscribirles el más elemental de los números inciertos.

## EL EPÍLOGO

Volviendo la vista atrás contemplamos, en la lejanía de los tiempos, nuestro querido Instituto de Reus. A partir de entonces hemos recorrido un largo camino. En él se han ido sucediendo avances y retrocesos, éxitos y fracasos. Cada éxito constituía un estímulo para renovar esfuerzos, cada fracaso una experiencia que permitía tapiar una puerta y buscar otra. Una cosa hemos aprendido, "nada se consigue si no es a costa de grandes sacrificios". Pero también hemos comprobado que en un mundo en el que los valores tradicionales parecen haber declinado, existe todavía un lugar para la ayuda, la colaboración y la estima personal. Un mundo, en el que las dos divisas que nos han legado nuestros maestros: "ser útil a los demás" y "crear la propia competencia", continúan teniendo sentido. Sólo por ello, vale la pena luchar. Vale la pena trabajar para que la sociedad que leguemos a las próximas generaciones sea mejor. Para que nuestros hombres y mujeres gocen de un mayor bienestar. Para que las palabras justicia y solidaridad traspasen los estrechos límites de la letra impresa.

## LAS REFERENCIAS

- Feron, R.: "Economie d'échange aléatoire floue". C. R. Acad. Sciences. París n° 282 Serie A, 1976.
- Gil Aluja, J.: "La gestión interactiva de los recursos humanos en la incertidumbre". Ed. Ceura. Madrid 1996.
- Gil Aluja, J.: "Lances y desventuras del nuevo paradigma de la teoría de la decisión". Actas del III Congreso Internacional SIGEF. Buenos Aires 10-13 Noviembre 1996.

---

<sup>20</sup> Gil Aluja, J.: Lances y desventuras del nuevo paradigma de la teoría de la decisión. Actas del III Congreso Internacional SIGEF. Buenos Aires 10-13 Noviembre 1996.

<sup>21</sup> Gil Aluja, J.: Elements for a theory of decision in uncertainty. Kluwer Academic Publishers. Boston, Dordrecht, Londres 1999.

- Gil Aluja, J.: "Nuevas técnicas de gestión de empresas en Retos empresariales para 1998". Ed. Estola Universitaria d'Estudis Empresariales (U.B.). Barcelona 1997.
- Gil Aluja, J.: "Invertir en la incertidumbre". Ed. Pirámide. Madrid 1998.
- Gil Aluja, J.: "Elements for a theory of decision in uncertainty". Kluwer Academic Publishers. Boston, Dordrecht, Londres 1999.
- Gil Aluja, J., Teodorescu, H.N. y Gil Lafuente, A.M.: "Periodicity and Chaos in Economic Fuzzy Forecasting". Kyushu Institute of Technology. Iizuka, Fukuoka (Japón) 1992 reproducido en: An Introduction to Fuzzy Systems. LEAO-LAMI. Lausana 1994 y en: An Introduction to Chaos Theory and Applications. Université de Lausanne. Lausana 1994.
- Gil Aluja, J. y Teodorescu H.N.(Eds): "An Introduction to Chaos Theory and Applications". UNIL-HEC, Lausana (Suiza) 1994.
- Gil Lafuente, A.M.: "El análisis financiero en la incertidumbre". Ed. Ariel. Barcelona 1990.
- Gil Lafuente, A.M.: "Fundamentos de análisis financiero". Ed. Ariel. Barcelona 1993.
- Gil Lafuente, J.: "Marketing para el nuevo milenio". Ed. Pirámide, Madrid 1997.
- Kaufmann, A.: "Introduction a la theorie des sous-ensembles flous". Vol. I. Ed. Masson. París 1973.
- Kaufmann, A.: "Modeles mathématiques pour la stimulation inventive". Ed. Albin Michel. París 1979.
- Kaufmann, A. y Gil Aluja, J.: "Introducción de la teoría de los subconjuntos borrosos a la gestión de las empresas". Ed. Milladoiro. Santiago de Compostela 1986.
- Kaufmann, A. y Gil Aluja, J.: "Técnicas operativas de gestión para el tratamiento de la incertidumbre". Ed. Hispano-Europea. Barcelona 1987.
- Kaufmann, A. y Gil Aluja, J.: "Models per la recerca d'efectes oblidats". Ed. Milladoiro. Santiago de Compostela 1989.
- Kaufmann, A. y Gil Aluja, J.: "Las matemáticas del azar y de la incertidumbre". Ed. Ceura. Madrid 1990.
- Kaufmann, A. y Gil Aluja, J.: "Selection of affinities by means of fuzzy relations and Galois lattices". Actas del Euro XI Congress O.R.Aachen 16-19 Julio 1991.
- Kaufmann, A. y Gil Aluja, J.: "Nuevas técnicas para la dirección estratégica". Publicacions Univertat de Barcelona. 1991.
- Kaufmann, A. y Gil Aluja, J.: "Técnicas de gestión de empresa (previsiones, decisiones y estrategias)". Ed. Pirámide. Madrid 1992.
- Kaufmann, A. y Gil Aluja, J.: "Técnicas especiales para la gestión de expertos". Ed. Milladoiro. Santiago de Compostela 1993.
- Kaufmann, A. y Gil Aluja, J. y Gil Lafuente, A.M.: "La creatividad en la gestión de las empresas". Ed. Pirámide. Madrid 1994.
- Kaufmann, A., Gil Aluja, J. y Terceño, A.: "Matemática para la economía y la gestión de empresas". Ed. Foro Científico, Barcelona 1994.
- Kaufmann, A. y Gil Aluja, J.: "Grafos neuronales para la economía y la gestión de empresas". Ed. Pirámide. Madrid 1995.
- Teodorescu H.N. y Gil Aluja, J.: "Phenomenes economiques chaotiques de croissance: modelles flous, en Trends in Fuzzy Systems and Signals". AMSE Press. Tassin (Francia) 1992.
- Zadeh. L.: Fuzzy Sets. Information and Control, 8, Junio 1965.