LA CUARTA DIMENSIÓN: ¿UN IDEA ESOTÉRICA O UNA IDEA CIENTÍFICA?

Julián Sanz Pascual
Licenciado en Filosofía

INTRODUCCIÓN

Empiezo recordando mi primer artículo publicado en *Encuentros Multidisciplinares,* "Relaciones entre las Ciencias y las Letras: Algunas reflexiones desde la Filosofía" (nº 11, Volumen IV, mayo-agosto 2002, pp. 11-21). Ahora me planteo "La cuarta dimensión", y lo hago no tanto desde el saber particular de las Matemáticas, como desde un saber más universal y más crítico, el de la Filosofía.

1. LA CUARTA DIMENSIÓN, UNA IDEA ESOTÉRICA

Ha sido a partir del siglo XIX, especialmente del último cuarto, cuando la idea de "la cuarta dimensión" ha comenzado a alcanzar una cierta popularidad, y esto en relación al espiritismo. Según lo cuenta Rudy Rucker, "El espiritismo, es decir, la creencia de que los espíritus de los muertos están cerca y deseosos de ponerse en contacto con nosotros, nunca ha sido tan popular como a finales del siglo XIX. Desde Estados Unidos hasta Inglaterra y Europa, los aficionados o los mediums profesionales, organizaban sesiones espiritistas. Un grupo de personas se sentaba alrededor de una mesa en una habitación casi a oscuras, el médium o la médium gemía y murmuraba y, entonces, los espíritus se manifestaban...

"Desde sus inicios -prosigue Rucker -, los mediums espiritistas estuvieron, por supuesto, bajo graves sospechas de fraude... Los pocos científicos que creían en el espiritismo comenzaron a buscar algún tipo de teoría sólida que apoyara sus creencias en los fantasmas.

"De un modo abstracto, parecen existir dos posibilidades con respecto a la presencia de los espíritus. O están en nuestro espacio, pero de un modo insustancial, o están por completo fuera de nuestro espacio. La idea de los espíritus como formas tenues en nuestro espacio fue popular entre los primeros espiritistas, que sostenían que los espíritus estaban constituidos de 'ectoplasma' o, aún más concretamente, de 'energía vibratoria'. En este punto surgía una dificultad, ya que si los espíritus eran insubstanciales, ¿cómo podían hacer cosas como levantar una pesada mesa de sesiones?

"Esta dificultad no surge si consideramos los espíritus seres sólidos y con sustancia, pero en este caso, como es natural, se presenta la cuestión de por qué no los percibimos si son, en verdad, sólidos. La respuesta a esto es afirmar que la morada de los espíritus está, de algún modo, fuera de nuestro espacio. ¿Qué ventaja tiene considerar que viven fuera del espacio? Podría tenérseles infinitamente alejados, pero, entonces se tendría el problema de cómo pueden llegar a nosotros con tanta rapidez cuando son convocados por un médium. Una explicación mucho más satisfactoria es decir que *los espíritus viven en la cuarta dimensión.*

"Si bien la idea de los espíritus como seres 4-D gozó de su mayor popularidad en el siglo XIX, ya había sido insinuada unos doscientos años antes por el platónico Henry More (1614-1687) de Cambridge. Al igual que los espiritistas científicos, More se oponía a la idea de que los espíritus, los ángeles y las ideas platónicas pudieran existir sólo como abstracciones insubstanciales, sino que él creía que existían realmente y que ocupaban algún lugar en el espacio. Ahora bien, este espacio no podía ser el tridimensional a que estamos acostumbrados, sino que debía ser cuadridimensional" [1].

---

[1] RUDY RUCKER, *La cuarta dimensión.* Salvat, Barcelona 1987, pp. 63-5.

A pesar de que aquí pretendemos escribir sobre temas exclusivamente científicos, me he permitido explicar el origen esotérico de la cuarta dimensión a fin de apuntalar la conexión más o menos profunda que suele existir entre todos los saberes. Por otra parte, es de notar la profunda huella que en nuestra cultura occidental de origen griego ha dejado el sentido plástico o material, por no decir geométrico o espacial, que tenemos de todas las cosas. La consecuencia ha sido que, después de tantos siglos, hasta un tema tan *espiritual* como el de los *espíritus* pretendemos explicarlo de forma material, es decir, mediante la idea de espacio y de su geometría. Entonces, como la idea de un espacio de tres dimensiones parece que no puede servimos, se recurre a uno de cuatro.

"La persona que verdaderamente popularizó la noción espiritista de los fantasmas procedentes de la cuarta dimensión -prosigue Rucker-, fue Johann Karl Friedrich Zollner (1834-82). Zollner fue profesor de astronomía de la Universidad de Leipzig, la misma Universidad donde August Mobius descubrió, en 1827, que es posible descubrir un objeto en su imagen en el espejo por medio de una rotación hiperespacial, y también la misma Universidad en la que Gustav Fechner escribió, en 1846, su ensayo *Por qué el espacio tiene cuatro dimensiones.* Zollner se interesó en el espiritismo después de un viaje que realizó a Inglaterra, en 1875, donde visitó a William Crookes, inventor del tubo de rayos catódicos.

"Crookes estaba muy interesado con el espiritismo y fue el defensor del médium norteamericano Henry Slade. Cuando la estancia de Slade en Inglaterra terminó en un arresto y posterior declaración de culpabilidad por fraude, el médium fue a ver a Zollner, que esperaba ansiosamente a alguien que le ayudara a demostrar que los espíritus eran cuatridimensionales. Según la *Física trascendental* (1878) de Zollner, los experimentos fueron un éxito inmediato". A continuación Rucker trata de explicar en qué consistieron tales experimentos, lo que, a mi modo de ver, carece hoy de interés científico alguno [2].

Más nos puede interesar, creo yo, la manera como estas ideas pudieron caer en nuestro país, especialmente entre los que se dedicaban a las matemáticas. A este respecto, me parece muy ilustrativo citar algunos fragmentos de una serie de conferencias que en el Ateneo de Madrid dio en 1915 Julio Rey Pastor, uno de los matemáticos españoles más ilustres de la primera mitad del siglo XX. En ellas se refiere al astrónomo alemán que hemos citado, Zollner, y a su libro *Cuarta dimensión y ocultismo.* Como hemos dicho, Zollner fue uno de los autores que más contribuyó a popularizar la idea espiritista de que los fantasmas proceden de la cuarta dimensión y de que es en ella donde hacen sus "diabluras" incomprensibles para nosotros.

"De intento hemos pasado por alto el número de dimensiones del espacio físico -explica Rey Pastor-, problema extraño a la matemática. Omitimos, en consecuencia, las diversas razones de índole filosófica, matemática, química, etc., que se han aducido para probar la posibilidad de un espacio cuadridimensional: el argumento de los poliedros simétricos, el del átomo plurivalente, etc. Pero citaremos siquiera las curiosas teorías del astrónomo Zollner, profesor de la Universidad de Leipzig hacia el año 70.

"Dio el famoso Slade unas sesiones de espiritismo -prosigue el ilustre matemático español-, en las cuales, una vez puesto en comunicación con los espíritus, desataba lazos inextricables, hacia desaparecer objetos diversos sin que los asistentes lograran dar con ellos, y después los hacía aparecer... No sólo creyó Zollner en la verdad de tales experimentos, sino que ideó una teoría para explicarlos.

"Pensemos en los animales planos que viven en una superficie, la cual constituye para ellos todo el espacio físico. Imaginémonos trasladados a ese mundo plano, análogo al de la conocida novela inglesa *Flatland* (Más adelante hablaremos de ella). Si retiramos un objeto de ese mundo, deja de ser visible para sus habitantes; y para justificar esta desaparición, y su reaparición después, tendrán que

[2] Ibidem, p. 66.

idear esos pobres bichos alguna explicación sobrenatural... Pues bien, dice Zollner: ¿No estaremos nosotros en un caso análogo? Nuestros sentidos no perciben más allá de un espacio de tres dimensiones; para un *médium* que esté en relación con seres exteriores a nuestro espacio, y que goce de una visión perfecta (privilegiada), capaz de percibir la cuarta dimensión, podrá alejar objetos de nuestro espacio visible y hacerlos reaparecer, efectuar operaciones para nosotros imposibles, como son: lograr la coincidencia de un tetraedro con su simétrico, soltar lazos inextricables, etc., que en el espacio de cuatro dimensiones no ofrecen dificultad" [3].

La verdad es que, según la historia que se nos cuenta después, Zollner no consiguió probar su teoría con hechos y menos aún librar al famoso Slade de la sentencia que un tribunal inglés había dictado contra él por embaucador.

2. LA CUARTA DIMENSIÓN Y EL TIEMPO

La ciencia seria, sin embargo, ha tratado de darle una salida al tema de la cuarta dimensión identificándola con el tiempo. La figura científica que se considera más ligada a esta concepción es la de Albert Einstein (1879-1955). En su primera *Memoria sobre la relatividad,* publicada en 1905, propuso que a las tres dimensiones del espacio físico se añadiese el concepto "tiempo", la cuarta dimensión, teoría que había sido esbozada ya por su maestro Minkowski. Henri Poincaré (1954-1912) se pronuncia en un sentido muy similar. Después de haber especulado ampliamente sobre el tema de la cuarta dimensión, concluye: "Todo sucede como si el tiempo fuese una cuarta dimensión del espacio, como si el espacio de cuatro dimensiones que resulta de una combinación del espacio ordinario y del tiempo, pudiese girar no sólo en tomo a un eje del espacio ordinario, de manera que el tiempo no sufriese alteración. sino en tomo a un eje cualquiera Para que la comparación sea matemáticamente justa, es necesario atribuir valores puramente imaginarios a la cuarta ordenada del espacio" [4].

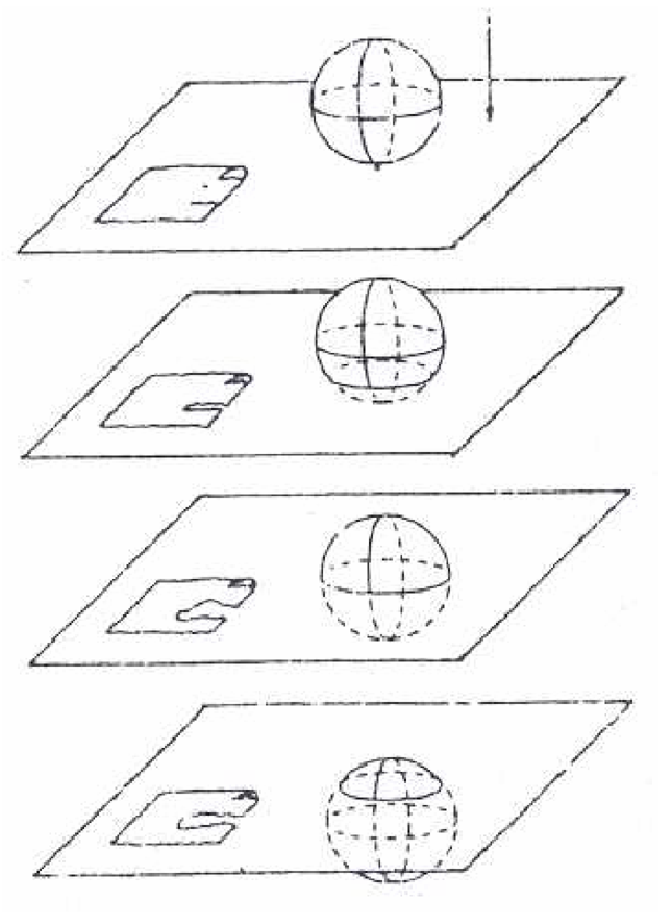
Conviene decir que el tema de la cuarta dimensión y su relación con el tiempo era algo que estaba latente en el ambiente científico y aún literario de aquellos años. Así, no faltan autores que atribuyen el origen de la idea al Reverendo Edwin Abbott Abbott, director-jefe de la Escuela de la Cuidad de Londres. Este hombre escribió hacia 1895 un libro de ciencia-ficción titulado *Flatland, un cuento en varias dimensiones,* que es al que se ha referido Rey Pastor. Primero describe un mundo en dos dimensiones, un simple plano, habitado por seres inteligentes "incapacitados para comprender nada ajeno a su espacio y sin medios para escapar de la superficie en que viven". Los habitantes de ese extraño país son figuras planas y su forma depende del estado social de cada uno. Las mujeres, inferiores en la escala jerárquica, son simples líneas rectas; los soldados y obreros destinados a los trabajos más pesados son triángulos; la clase media tiene forma de triángulo equilátero; los hombres de las profesiones liberales y los señores son cuadrados; y así sucesivamente siguiendo el orden poligonal hasta llegar a los hombres de iglesia formados por polígonos de infinito número de lados, tan diminutos cada uno que semejan circunferencias.

El cuento está relatado en primera persona por un cuadrado, el Doctor Abbott sin duda, que tiene la desgracia de enfrentarse un día con la esfera, un habitante de la tercera dimensión, que les visita. De acuerdo con las convenciones fijadas por el autor, en Flatland no es posible ver la esfera, sino sólo una circunferencia de ésta, la que, a partir de un punto inicial, cuando toca el plano, se va dilatando hasta llegar al círculo máximo, para después ir disminuyendo hasta convertirse en un punto y desaparecer.

---

[3] JULIO REY PASTOR, *Introducción a la matemática superior,* Biblioteca Corona, Madrid 1916, pp. 56-7.
[4] HENRI POINCARÉ, *El espacio y el tiempo,* Universidad Autónoma de Méjico 1964, p. 98.

Figura l



La esfera realiza una serie de descensos a través de Flatland y en sus trayectos explica al "cuadrado" las maravillas de *Spaceland* y le hace comprender las limitaciones a que está reducido en su mundo plano. Al final, "el extranjero" (la esfera) le lleva a visitar el espacio de tres dimensiones. A su vuelta, el cuadrado está ansioso por enseñar a sus ciudadanos la nueva teoría que le ha sido revelada; pero, muy pronto, los clérigos le acusan de hereje, le condenan a prisión perpetua y acaba encerrado en una celda.

Parece claro que la idea matriz de *Flatland* está tomada de las teorías de Zollner y también del malogrado matemático inglés William Kingdon Cliford (1845-1879), contemporáneo por tanto de Zollner, quien utiliza la misma analogía del mundo plano en el que se supone habitan animales. "La hipotética población que viviera en la superficie –dice-, y que no tiene idea de una tercera dimensión, podría, sin sospechar en absoluto esta tercera dimensión, hacer una determinación muy exacta de la naturaleza de su *locus in qua* (lugar donde se encuentra)" [5].

Lo que nos interesa señalar aquí es que no han faltado autores que han pretendido ver en *Flatland* un cierto carácter profético con respecto a la relación entre la cuarta dimensión y el tiempo, tal como lo concibieron después Einstein y Poincaré. Así lo hace ver una carta anónima publicada en *Nature* (la famosa revista británica) el 12 de febrero de 1920. Según esta carta, el doctor Abbott "pide al lector, consciente de la tercera dimensión, que imagine una esfera cayendo sobre Flatland y atravesando su plano. ¿Cómo se explicarán esos habitantes tan extraño fenómeno?... Lo único que pueden observar es un objeto circular que se dilata y crece, y luego se contrae; y sólo podrán comprender como *cambio temporal* lo que un observador externo, del mundo de tres dimensiones, achaca a un movimiento en el espacio.

5 WILLIAM KINGDON CLIFFORT, "Postulados de la ciencia del espacio", en *El mundo de las matemáticas.* (SIGMA), Grijalbo Barcelona 1974, t. IV, p. 154.

Pasemos por analogía a un movimiento en la cuarta dimensión a través de nuestro espacio. Representémonos el pasado y el futuro del universo en un espacio de cuatro dimensiones visible sólo para los seres conscientes de la cuarta dimensión. Si existe movimiento de nuestro espacio en relación al nuevo mundo imaginario, resulta que todos los cambios que observamos y que achacamos al tiempo son sencillamente debidos a ese movimiento; luego todo nuestro pasado y nuestro futuro existen en la cuarta dimensión" [6].

3. LA CUARTA DIMENSIÓN, UNA IDEA CIENTÍFICA

Nunca me había ocupado del tema de la cuarta dimensión, ni como tema esotérico ni como tema científico, aceptando con Euclides que el espacio tiene tres dimensiones: largo, ancho y alto. Fue estudiando la carrera de Filosofía a una edad bastante madura cuando una noche de 1975, en la Facultad de la Complutense de Madrid, el profesor Roberto Saumells en la clase de "Filosofía de la naturaleza" nos dijo algo sobre el teorema de Fermat.

A esas horas yo debía de estar en otro planeta, pues lo entendí mal: que nadie hasta ahora había conseguido resolver esta ecuación: $x^3 = y^3 + z^3$. Ingenuo de mí, como buen aficionado que había sido siempre a las matemáticas, me dispuse a intentar resolverla por si yo era el afortunado que lo conseguía. Mas de pronto tuve una idea: al cubo no podían ser tres las incógnitas, sino que habían de ser cuatro como mínimo, pues cuatro como mínimo, no en el mismo plano, son los puntos que determinan un espacio. y me dispuse a solucionar la ecuación de cuatro cubos, y lo hice por tanteo: a la tercera di con la solución: $3^3 + 4^3 + 5^3 = 6^3$.

Me quedé boquiabierto, posiblemente me encontraba en un terreno completamente virgen. Al instante pensé que, al igual que la ecuación de tres cuadrados (teorema de Pitágoras) tiene su expresión en la geometría del plano, la de cuatro cubos había de tenerla en la del espacio, bien que habría de hacerse en una geometría proyectiva.

Así, pensando en cuatro dimensiones y no en tres como tradicionalmente nos han enseñado, combinando desarrollos aritméticos y geométricos, sin otros instrumentos que unos folios, un bolígrafo, una regla y un compás, conseguí algo tan espectacular como resolver una ecuación de hasta quince cubos por ahora:

$$96^3= 78^3 + 66^3 + 42^3+ 25^3 + 24^3 + 18^3 + 17^3+ 15^3 + 14^3 + 12^3 + 7^3 + 5^3 + 4^3+ 3^3$$

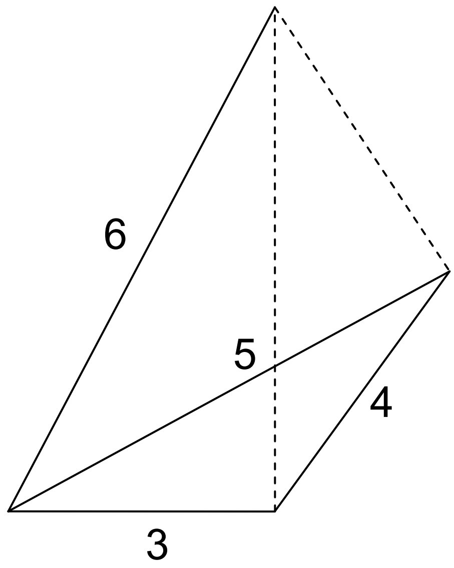
Tengo que decir que en mis investigaciones históricas he encontrado que el primero que se ocupó de la ecuación de cuatro cubos fue Leonard Euler en el siglo XVIII, pero no la resolvió. Ya en el XX, de la misma ecuación se han ocupado, entre otros autores, el indio Ramanujan, que tiene una fórmula magnífica que permite encontrar muchas soluciones. Yo mismo he ideado una fórmula que da soluciones como ésta: $20^3 = 17^3 + 14^3 + 7^3$. En lo que se refiere a la aplicación de la ecuación de cuatro cubos a la geometría, tal como yo he hecho, no he encontrado rastro alguno.

En el mismo 1975 publiqué un opúsculo titulado *Teorema de los cuatro cubos}' ecuación del espacio real.* Más tarde lo di a conocer dentro de un libro titulado *Primer discurso de ilógica* (Tecnos, Madrid 1992). Posteriormente lo he publicado en diversos artículos en revistas de matemáticas y finalmente, de manera más completa y extensa, he publicado un libro, *La cuarta dimensión, una alternativa al teorema de Fermat (Nueva filosofía de las matemáticas)* (Ed. del Autor, Segovia 2002).

Mi planteamiento básico era éste: *la ecuación de cuatro cubos es al espacio lo que la de tres cuadrados es al plano,* Figura 2

[6] Ver: *El mundo de las matemáticas.* (SIGMA), t. VI, p. 320 y ss.

Figura 2



$$\boxed{3^2 + 4^2 = 5^2}$$

$$\boxed{3^3 + 4^3 + 5^3 = 6^3}$$

Se trata de un planteamiento que me parece sencillísimo, al menos para el aficionado a las matemáticas, no lo es, sin embargo, según la experiencia que tengo, para el matemático profesional de hoy, el que vive encerrado en la torre de marfil de su formalismo, lo que le incapacita para aplicar la intuición. No ha faltado el que ha dicho que todo esto mío no tiene nada que ver con *la matemática,* con el puro método, sin embargo me parece que sí ha de tener que ver algo con *las matemáticas,* las que se ocupan del objeto.

4. EL TEOREMA DE FERMAT

Fermat, contemporáneo de Descartes, se encontró con la ecuación de los tres cubos, que ya había sido considerada como insoluble por los árabes, se entiende con números racionales. Aceptado esto así, su espíritu investigador le llevó a continuar. Tenía dos caminos: uno vertical, subir de grado, Y otro horizontal, añadir un incógnita. Y optó por lo primero: de los tres cubos pasó a las tres cuartas potencia y de ahí a todas las de exponente *n* enteros y mayor de dos, negando que tuviesen solución. Durante más de tres siglos y medio los matemáticos más ilustres han tratado de demostrar el dichoso teorema, hasta que en 1995, según parece, el matemático inglés Andrew Wiles lo ha conseguido, aunque haya sido por el método de reducción al absurdo y además en un demostración tan extensa y tan complicada que sólo está al alcance de matemáticos altamente especializados.

Entonces uno se pregunta qué hubiese ocurrido si Fermat hubiese optado por la salida horizontal. porque parece claro que fácilmente hubiese encontrado las soluciones. ¿ Y no pudo ser que las encontró y se las calló, siendo ésa la prueba maravillosa que dijo haber encontrado y que no le cabía en los márgenes de la aritmética de Diofanto en la que dejó escrito su célebre teorema?. Aunque, claro, la solución cabe en cualquier parte, sin embargo no se puede decir lo mismo de la argumentación por la que se la podía hacer valer como prueba de su teorema, menos aún dirigida al formalismo matemático. Para el intuicionismo no habría dificultad alguna, al menos para mí no la ha habido, pues entiendo que los números son la expresión aritmética de los entes geométricos, lo que deja sin sentido la ecuación de tres cubos, pues es evidente que un espacio ha de tener como mínimo cuatro dimensiones. Estoy hablando del *espacio real o limitado,* no del *espacio ideal* o *infinito* que la geometría analítica pretende dominar con los tres ejes de coordenadas.

Por otra parte, históricamente a Fermat le pudo resultar mentalmente imposible pasar de la ecuación de tres cubos a la de cuatro, acaso aplicando la filosofía de su coetáneo Descartes, quien en su *Discurso del método* da esta regla:

"Tercero. en conducir con orden mis pensamientos comenzando por los objetos más simples y fáciles de conocer para ascender poco a poco, como por grados.. hasta el conocimiento de los más compuestos; e incluso suponiéndolos un orden entre los que no se preceden naturalmente unos a otros" (A.T. 19)

En efecto, ¿en qué cabeza cabe que, si una ecuación de tres cubos no tiene soluciones, pueda tenerla una de cuatro? En mi caso además me había saltado lo que en la IV de las *Reglas para la dirección del espíritu* dice el filósofo francés: "mejor que buscar la verdad sin método es no pensar jamás en ella" (A. T. 371) De esto se me ha acusado por parte de algunos matemáticos, que mi descubrimiento carece de valor porque no es el resultado de un proceso deductivo riguroso, sino de una falta de método. Me imagino que la ecuación de los tres cuadrados (teorema de Pitágoras) no se resolvió en un largo proceso deductivo, sino que lo más seguro es que alguien lo consiguiese por tanteo. Igualmente su geometrización también hubo de tener mucho de tanteo. El teorema de los cuatro cubos es un caso similar.

5. LA OBSESIÓN ANALÍTICA DE LOS MATEMÁTICOS Y SUS ERRORES

En el estudio más elemental de la geometría, tenemos cuatro entidades: el punto, la recta, el plano y el espacio. Pitágoras dio a cada uno un número: 1, 2, 3 y 4. Se trata de entidades de naturaleza distinta, irreductibles entre sí por tanto, al menos de abajo a arriba. La matemática formalista, sin embargo, en su obsesión analítica y sin darse cuenta de que el análisis destruye, después de haber pasado del espacio al plano, del plano al segmento rectilíneo y de éste al punto, pretende invertir el proceso.

Lo primero es aceptable, pues en cada paso simplemente nos desprendemos de algunas propiedades de la entidad superior que no le hacen falta a la inferior; lo segundo, en cambio, es ilegítimo, pues a cada entidad inferior hemos de añadir las propiedades que en el análisis había perdido y que son necesarias para pasar a la superior. Así, para pasar del punto al segmento rectilíneo no podemos hacerlo con la mera noción puntual. Tomemos una de las definiciones más conocidas: "la distancia más corta entre dos puntos".

Me parece evidente que, además de la noción "punto", que es la pura inextensión, añadimos cinco nociones nuevas: "distancia", "más", "corta", "entre" y "dos", que implican extensión. Luego deductivamente o analíticamente no podemos pasar del punto al segmento, sí de forma intuitiva o sintética, lo que hacemos añadiendo nuevas nociones. Lo mismo podemos decir del segmento con respecto al plano y del plano con respecto al espacio.

El error fundamental de la matemática formalista nace de haberse olvidado de las leyes de la implicación. Brevemente expuesto: el espacio implica el plano, el plano implica el segmento y el segmento implica el punto, pero no a la inversa.

6. EL PLANO REAL TIENE TRES DIMENSIONES, EL ESPACIO REAL TIENE CUATRO

Tres puntos no en la misma recta determinan un plano real, el más simple posible. Para relacionar estos tres puntos necesitamos tres segmentos. Ahora bien, con las relaciones lineales sólo podemos establecer inecuaciones: un lado es menor que la suma de los otros dos y mayor que su diferencia. Sin embargo mediante relaciones cuadráticas, las que corresponden a la naturaleza del plano, sí puedo establecer ecuaciones, siendo ésta la más simple: $x^2 = y^2 + z^2$. ¿En qué quedaría la geometría del plano sin esta ecuación? ¿Y no estamos, por otra parte, considerando el plano de tres dimensiones básicas? Alguien me replicará que el área de cualquier figura se obtiene multiplicando la base por la altura. Esto formalmente puede ser verdadero, pero realmente no lo es, pues además hay que multiplicar por un coeficiente que depende de la naturaleza de la figura: si es un cuadrilátero rectángulo, el coeficiente es "1" si es un triángulo, el coeficiente es ½..

Del espacio se puede decir algo similar. Un espacio está determinado como mínimo por cuatro puntos no en el mismo plano, lo que quiere decir que como mínimo también ha de tener cuatro dimensiones, las que permiten relacionar esos cuatro puntos. Ahora bien, estas relaciones han de ser cúbicas, que son las que corresponden a la naturaleza del espacio. Los números, hemos visto, nos han dado la razón, pues mientras la ecuación de tres cubos no tiene soluciones racionales, la de cuatro sí las tiene. Y en cuanto al volumen, también es falso que se obtenga multiplicando las tres dimensiones, sino que es necesario añadir un cuarto factor, el que se corresponde con la naturaleza del espacio cuyo volumen queremos calcular. Si se trata de un ortoedro, el factor es "1", que omitimos, si se trata de una pirámide, el factor es 1/3, que no podemos omitir.

7. DEL ESPACIO AMORFO O CONTINUO AL ESPACIO ESTRUCTURADO O DISCRETO

Hemos hablado del espacio *real* o *limitado,* que es en el que se puede entender la cuarta dimensión del espacio, frente al espacio *amorfo* o *continuo,* que es en el que se desenvuelve la matemática formalista y que se queda en sólo tres dimensiones, las que se expresan en los clásicos tres ejes de coordenadas de la geometría analítica, la que nos da la conocida ecuación de la esfera: $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$. La ecuación que nosotros proponemos, $x^3 = y^3 + z^3 + t^3$, no responde al espacio *amorfo* o *continuo,* sino a un espacio *estructurado* o *discreto.* Las dos ecuaciones son válidas, pero la segunda es más rica, pues nos da relaciones cúbicas, que son de naturaleza espacial, mientras que la primera nos las da cuadráticas, de naturaleza sólo superficial. Si el espacio es una noción que nos sirve para comprender las cosas y explicar la percepción que tenemos de ellas, cuanto más rico y profundo sea el conocimiento del espacio, mejor no servirá. Lo que resulta evidente es que la ecuación de cuatro cubos nos proporciona un conocimiento más rico del espacio que la de tres cuadrados, que realmente se queda en el plano.

Sólo me resta añadir que en lo que tengo publicado sobre el tema, destaca un proceso deductivo que me ha permitido pasar desde la ecuación de cuatro cubos a la de tres cuadrados, aunque esto no le he hecho todavía de manera general, sino sólo a partir de las soluciones 3, 4, 5 Y 6. Sin embargo creo que es posible hacerlo de manera general y para cualquier solución, aunque esto va a exigir unos conocimientos metodológicos superiores a los que yo tengo.

En conclusión, la cuarta dimensión del espacio, como hemos visto que decía Rey Pastor, puede ser "un problema extraño *a la matemática",* entendiendo ésta como puro método, sin embargo me parece evidente que no puede ser un problema extraño *a las matemáticas,* que ya versan sobre objetos.