E.M. nº 23 Mayo-Agosto 2006

Encuentros Multidisciplinares

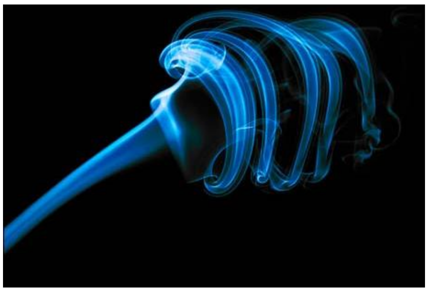
MATEMÁTICAS DE LOS FLUIDOS. EL CLIMA Y EL TIEMPO

Mikel Lezaun
Matemática Aplicada, Estadística e Investigación Operativa. Universidad del País Vasco.

INTRODUCCIÓN

En muchas situaciones, pensemos por ejemplo en el espectáculo de las olas rompiendo en las paredes de un acantilado, en la evolución de las nubes en el cielo o en el humo de un cigarrillo, el movimiento de los *fluidos* además de fascinante es muy difícil de aprehender. Resulta casi paradójico que a comienzos del siglo XXI se haya conseguido comprender y modelizar numerosos fenómenos de la escala de las micropartículas (dominio de la mecánica cuántica) y de la escala del Universo (dominio de la mecánica relativista), mientras que flujos de los fluidos más corrientes, como el aire y el agua, que son de la escala humana, que los podemos ver, y que pertenecen a la mecánica clásica, todavía sean un misterio cuya resolución constituye hoy en día uno de los grandes retos de la ciencia y, en particular, de las matemáticas.

La resolución de este gran desafío científico tiene una enorme importancia, tanto científica como tecnológica y económica. Fijémonos por ejemplo en la *turbulencia*. Cuando un cuerpo aerodinámico se desplaza suficientemente rápido en un fluido, aire o agua, puede engendrar turbulencia en su estela o en las capas límite cerca de su frontera, lo cual en general será nefasto ya que aumentará la resistencia del fluido y reducirá las prestaciones. Por ello, con el fin de mejorar el comportamiento del vehículo o de disminuir su consumo de combustible, los fabricantes de aviones, de trenes de alta velocidad, de automóviles y de barcos tienen un gran interés en limitar esa turbulencia. En sentido inverso, la turbulencia también puede tener efectos beneficiosos. Así, para mejorar el rendimiento de la combustión, en la cámara de combustión de un motor de automóvil, de avión o de cohete hay que favorecer la mezcla turbulenta. Este aumento de la turbulencia redundará en un mejor aprovechamiento de la energía y en una disminución de la emisión de productos contaminantes.



Fotografía de Javier Vallás

Los modelos de la *dinámica de fluidos* están formados por *ecuaciones en derivadas parciales no lineales*, que en su forma más general son muy complicadas, tienen una gran dificultad matemática. Estas ecuaciones constituyen uno de los campos de interacción entre las teorías matemáticas abstractas basadas en el análisis funcional y los sistemas dinámicos, y el mundo concreto interesado en la obtención de soluciones cuantitativas, que en todo caso sólo serán aproximadas. Uno de los grandes capítulos de la mecánica de fluidos es el desarrollo y resolución de modelos matemáticos de la dinámica atmosférica, con el fin de *predecir el tiempo*, la ocurrencia de fenómenos meteorológicos adversos y el *clima*. Estos problemas son muy importantes, tienen muchas implicaciones económicas, sociales y medio ambientales, y a ellos se dedican grandes esfuerzos. Una peculiaridad de la resolución práctica de los *modelos atmosféricos* es su gran dimensión, la gran cantidad de datos y variables a tratar, y la necesidad de que la solución esté a disposición de los usuarios en poco tiempo, mucho antes del plazo de la predicción. Esto hace que los servicios meteorológicos sean uno de los usuarios de los superordenadores más potentes.

MODELIZACIÓN MATEMÁTICA DE LA DINÁMICA ATMOSFÉRICA

En 1904, el científico noruego *Vilhelm Bjerknes* defendió por primera vez que *la predicción del tiempo es un problema matemático* y enunció las *siete ecuaciones en derivadas parciales con siete funciones incógnitas* (las tres componentes de la velocidad del viento, la presión, la densidad, la temperatura y la humedad específica) que gobiernan la dinámica atmosférica. A estas funciones incógnita se las denomina variables meteorológicas. Como el mismo Bjerknes advirtió, estas ecuaciones son muy difíciles de resolver y, hasta mediados del siglo XX con la llegada de los ordenadores no ha sido posible obtener valores de las soluciones, eso sí, valores aproximados.

V. Bjerknes

Ecuaciones de la dinámica atmosférica

Las ecuaciones que modelizan la evolución de la atmósfera son la expresión matemática de principios generales de la física, de la mecánica de fluidos, aplicados a una muy pequeña parcela de aire que se sigue en su movimiento. Describiremos a continuación brevemente estos principios y las ecuaciones en derivadas parciales que generan.

El primero de los principios es una de las leyes más conocidas de la física y de la ciencia: la segunda ley de Newton, formulada por *Isaac Newton* en 1687, que dice que "*la fuerza es igual a la masa por la aceleración*". Así, en un sistema de referencia inercial, la aceleración absoluta de una parcela de aire es igual a la fuerza que se ejerce sobre la parcela dividida por su masa:

$$\frac{d_a \boldsymbol{v}_a}{dt} = \frac{\boldsymbol{F}}{m}.$$

En un sistema de referencia con origen en el centro de la tierra y que gira con ella, la velocidad absoluta $\boldsymbol{v}_a$ de la parcela es la suma de la velocidad relativa $\boldsymbol{v}$ de la parcela con respecto al sistema de referencia y de la velocidad debida al giro de la tierra. Esto hace que en los sistemas rotatorios haya dos fuerzas aparentes: la fuerza de Coriolis, denominada así en honor del matemático francés *Gaspard Gustav de Coriolis* (1792-1843), y la fuerza centrífuga. Las fuerzas reales que actúan sobre la parcela de aire son tres: el empuje debido a las diferencias de presión, la fuerza gravitatoria y la fuerza de rozamiento de la parcela del aire con el resto de la atmósfera. Así, vista desde la Tierra, la segunda ley de Newton se escribe:

$$\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \boldsymbol{g} - 2\boldsymbol{\Omega}\times\boldsymbol{v} + \boldsymbol{F}_r\,, \tag{1}$$

donde *p* es la presión en la parcela de aire, ρ la densidad de la parcela y $\boldsymbol{\Omega}$ la velocidad angular de la rotación terrestre. En esta ecuación, el primer miembro es la aceleración de la parcela respecto al sistema de referencia que gira con la Tierra y el segundo contiene las fuerzas por unidad de masa: el primer término es la fuerza gradiente de presión, el segundo la aceleración gravitatoria aparente $\boldsymbol{g}$, que agrupa la aceleración gravitatoria real y la centrífuga, $-2\boldsymbol{\Omega}\times\boldsymbol{v}$ es la aceleración de Coriolis y $\boldsymbol{F}_r$ la fuerza de rozamiento de la parcela del aire con el resto de la atmósfera. Esta es una ecuación vectorial que tiene tres componentes, tres ecuaciones escalares.

El segundo principio general es la ley de conservación de la masa, que afirma que cuando se sigue una parcela de aire en su movimiento, la masa de la parcela se conserva. Esta ley se traduce en la ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \boldsymbol{v}\cdot\nabla\rho = -\rho\nabla\cdot\boldsymbol{v}\,. \tag{2}$$

Los científicos *Jacques Charles* (1746-1823) y *Louis Joseph Gay-Lussac* (1778-1850) descubrieron experimentalmente que los gases en los que la densidad es pequeña, el producto de la presión por el volumen es prácticamente proporcional a su temperatura. De forma más precisa, un gas se dice perfecto si la presión es directamente proporcional al producto de la densidad por la temperatura. Suponiendo que la atmósfera se comporta como un gas perfecto se tiene la relación:

$$p = R\rho T\,, \tag{3}$$

donde R es la constante de los gases y *T* la temperatura de la parcela de aire.

El principio de conservación de la energía aplicado a una parcela de aire afirma que el calor suministrado a una parcela de aire se utiliza para aumentar su energía interna, su temperatura, o para producir trabajo de dilatación. La ecuación que recoge este principio es:

$$C_v\frac{dT}{dt} + p\frac{d\alpha}{dt} = Q\,, \tag{4}$$

donde C_v es el calor específico del aire a volumen constante, $\alpha = \frac{1}{\rho}$ el volumen específico, y *Q* la tasa de calor por unidad de masa emitida (absorbida) debido a la condensación (evaporación), congelación (fundición), calentamiento solar y calentamiento infrarrojo.

Para terminar, la variación del vapor de agua *q* por unidad de masa contenido en una parcela de aire es igual a los aportes de vapor de agua debidos a la evaporación (*E*), menos las perdidas debidas a la condensación (*C*):

$$\frac{dq}{dt} = E - C\,. \tag{5}$$

Estas siete ecuaciones están escritas en un sistema de referencia cartesiano de origen el centro de la Tierra y que gira con ella. Ahora bien, como la Tierra y la atmósfera que la rodea son aproximadamente una esfera, es natural utilizar como coordenadas de la posición de una parcela de aire la longitud, la latitud, y la altitud *z* sobre la superficie de la tierra. Esto requiere transformar las ecuaciones a estas coordenadas y se tiene así el modelo básico de la dinámica atmosférica.

Las ecuaciones anteriores son muy complicadas, muy generales, y para muchas situaciones es posible utilizar modelos más sencillos, lo que da origen a una gran variedad de ecuaciones y modelos de la mecánica de fluidos. En el caso de la predicción del tiempo, un análisis del orden de magnitud de los distintos términos de esas primeras ecuaciones permite simplificarlas, según sean las escalas de espacio y tiempo de los fenómenos meteorológicos que se consideren. Por ejemplo, para fenómenos meteorológicos de escala sinóptica (de cientos a unos pocos miles de kilómetros y de duración de días a semanas) y de escala planetaria, la mayor parte de los modelos atmosféricos asumen la *aproximación hidrostática*, que consiste en despreciar las aceleraciones verticales y sustituir la ecuación de la componente vertical de la velocidad por la ecuación $\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$. Cuando no se considera toda la atmósfera, sino un dominio limitado lateralmente de dimensiones menores que el radio de la Tierra, se puede despreciar la curvatura de la Tierra y utilizar coordenadas horizontales planas x, y. Se tiene así la denominada aproximación tangente. Un modelo muy sencillo con una sola ecuación y significado meteorológico es el *modelo cuasi-geostrófico* de la altitud en la atmósfera de la capa que está a 500 milibares de presión. Este modelo fue introducido en 1950 por *Jule Charney*, *Ragnar Fjörtoft* y *John von Neumann* para realizar la primera predicción numérica del tiempo. Esta experiencia práctica, planteada por von Neumann para mostrar el potencial revolucionario de los *ordenadores*, marca el comienzo de la predicción numérica del tiempo.

J. Charney

RESOLUCIÓN NUMÉRICA

Una vez construido el modelo matemático hay que resolverlo, hay que diseñar un algoritmo que, a partir de los valores de las funciones incógnita en un instante inicial, proporcione los valores de esas variables en instantes posteriores. Las ecuaciones (1)-(5) conforman un sistema con igual número de ecuaciones que de incógnitas, por lo que en principio se puede intentar resolver. Para ello, además de las *condiciones iniciales* será necesario definir las *condiciones de contorno*, los valores de las variables en la frontera del dominio espacial de resolución. Ahora bien, debido fundamentalmente al carácter no lineal de las ecuaciones, el sistema (1)-(5) y sus variantes, con las correspondientes condiciones iniciales y de contorno, no se puede resolver obteniendo unas expresiones matemáticas explícitas que den los valores de las variables en instantes posteriores. Su resolución sólo se puede abordar con *métodos numéricos*, convirtiendo el problema continuo en uno discreto, para luego resolverlo en un ordenador y obtener así valores aproximados de las variables meteorológicas. La rama de las matemáticas que estudia este tipo de resoluciones se denomina *Análisis Numérico*, que desde la llegada de los ordenadores ha sufrido un desarrollo espectacular. Veamos las ideas directrices de la resolución numérica de esas ecuaciones.

Discretización del espacio

Se divide la atmósfera en cajas y se considera que en cada una de las cajas las variablesmeteorológicas son homogéneas, que valen lo mismo. Según los modelos y los plazos de las predicciones, las dimensiones horizontales de estas cajas pueden ir desde diez a unas pocas centenas de kilómetros y el número de niveles de altura desde unos veinte hasta sesenta.

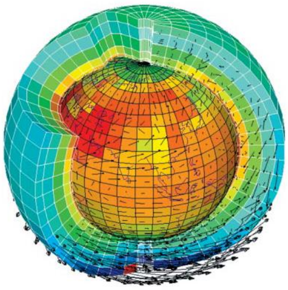


Illustration L. Fairhead LMD/CNR

Discretización de las ecuaciones

Una vez discretizada la atmósfera, se tienen que adaptar las ecuaciones a esta atmósfera con un número finito de componentes. Para fijar las ideas consideremos la ecuación (5) de la humedad específica de vapor de agua escrita en forma desarrollada:

$$\frac{\partial q}{\partial t} = -u\frac{\partial q}{\partial x} - v\frac{\partial q}{\partial y} - w\frac{\partial q}{\partial z} + E - C\,, \tag{6}$$

donde u, v y w son las tres componentes de la velocidad de la parcela de aire. Supongamos conocidos los valores de las distintas variables en las cajas en que se ha dividido la atmósfera, en el instante t. Discretizando las derivadas espaciales de q mediante fórmulas del tipo (método de diferencias finitas):

$$\left[\frac{\partial q}{\partial x}(t)\right]_{i,j,k} \cong \left(\frac{q_{i+1,j,k} - q_{i-1,j,k}}{2\Delta x}\right)_t,$$

donde $q_{i,j,k}$ es el valor de q en el instante t en la caja con centro de coordenadas (i, j, k) y Δx la dimensión de las cajas en la dirección de la variable x, se obtienen valores aproximados de esas derivadas en las cajas atmosféricas. Con estos valores, de la ecuación (6) se obtienen valores aproximados de $\frac{\partial q}{\partial t}(t)$ en las cajas atmosféricas en el instante t. De la discretización de la derivada temporal de q:

$$\frac{\partial q}{\partial t}(t) \cong \frac{q(t+\Delta t) - q(t)}{\Delta t},$$

o lo que es lo mismo de:

$$q_{i,j,k}(t+\Delta t) \cong q_{i,j,k}(t) + \Delta t\left(\frac{\partial q}{\partial t}(t)\right)_{i,j,k},$$

donde Δt es un paso de tiempo, se obtienen valores aproximados de q en las cajas en el instante posterior $t+\Delta t$, y se avanza un paso de tiempo. Así, partiendo de los valores de las variables en el instante inicial $t = 0$ y repitiendo sucesivamente el proceso descrito, mediante un número finito de operaciones se puede avanzar paso a paso hasta obtener valores aproximados de las variables en el instante deseado. El número de operaciones que hay que hacer es muy grande y hay que hacerlas rápidamente, lo cual es factible desde el advenimiento de los ordenadores.

Cuanto más pequeñas sean las cajas atmosféricas y menor el paso de tiempo, el coste de la resolución es mayor, pero cabe esperar que la aproximación será mejor. Ahora bien, hay que hacer matemáticas: es indispensable estar seguros de que lo que se obtiene es realmente una aproximación a la hipotética solución del modelo. El algoritmo de resolución que acabamos de describir es ideal, la realidad es mucho más complicada. Por ello, es muy importante el esfuerzo de matemáticos que proponen algoritmos adaptados a las nuevas prestaciones de los ordenadores y que obtienen en un "breve" espacio de tiempo soluciones aproximadas.

Asimilación de datos

Para arrancar el proceso de resolución se necesita conocer el estado de la atmósfera en un instante inicial de partida, más exactamente el valor de las magnitudes meteorológicas en todas las cajas en $t = 0$. Para determinar esos valores se parte de los datos proporcionados por una extensa red de recogida de datos meteorológicos "in situ" sobre la superficie terrestre y en capas altas de la atmósfera (observatorios, estaciones automáticas en tierra, boyas marinas, barcos mercantes, globos sonda, aviones comerciales...) y por aparatos de teledetección, como son los satélites meteorológicos geoestacionarios, los polares y los radares meteorológicos.

Las estaciones meteorológicas no están igualmente distribuidas por toda la superficie terrestre ni por toda la atmósfera, de unas zonas geográficas se tienen muchos más datos que de otras y hay pocos datos en altura. En lo que respecta a los satélites polares, barren continuamente la tierra y sus medidas no se obtienen simultáneamente en todos los puntos. Con toda esta gran cantidad de datos, mal distribuidos, hay que construir el estado inicial de las variables meteorológicas en todas las cajas atmosféricas. Además, todas las variables meteorológicas tienen que estar relacionadas entre sí, ya que conforman un estado instantáneo de la atmósfera. El proceso de pasar de los datos observados a las condiciones iniciales se denomina *asimilación de datos*. Actualmente los modelos meteorológicos operativos más avanzados lo hacen resolviendo un problema matemático de *optimización dinámica* denominado *Asimilación Variacional 4D-VAR*. La idea subyacente de este método consiste en fijar un intervalo temporal precedente, por ejemplo doce horas, y hallar las condiciones iniciales en todas las cajas atmosféricas de forma que en ese intervalo la distancia que separa esas condiciones y la de los valores obtenidos de la resolución del modelo con los valores recogidos por la red de observación sea mínima.

Condiciones de contorno

Si no se fijan condiciones de contorno, es decir, valores de las variables meteorológicas en la frontera del dominio de resolución, el problema sigue sin ser resoluble. En los modelos globales para toda la atmósfera la frontera el dominio de integración está formada por las superficies inferior y superior de la atmósfera. En esos casos, hay algoritmos que resuelven las distintas ecuaciones de forma sucesiva y las condiciones de contorno no presentan especiales dificultades. En los modelos regionales, en los que el dominio de integración está limitado lateralmente, una opción ampliamente utilizada consiste en tomar como condiciones de contorno los valores obtenidos de la resolución de un modelo global. Se dice entonces que el modelo regional está anidado en el global.

Parametrizaciones físicas

Toda discretización, sea del tipo que sea y por muy alta que sea su resolución espacial, por muy pequeñas que sean las cajas atmosféricas, tiene una limitación derivada de la existencia de fenómenos atmosféricos de "pequeña" escala que no pueden ser resueltos explícitamente por el modelo discreto. Se incluyen aquí desde movimientos turbulentos con escalas que varían entre unos pocos centímetros y las dimensiones horizontales de las cajas atmosféricas, hasta procesos que ocurren a escala molecular, como son la condensación, la evaporación, el rozamiento y la radiación. Todos estos procesos que no pueden ser resueltos explícitamente por el modelo numérico, que no son recogidos por el modelo, los denominaremos procesos de *escala subcaja*, en contraposición con los fenómenos de *escala resoluble* por el modelo. Por ejemplo, durante el día el calentamiento solar de la superficie terrestre no sólo calienta el suelo sino que también hace que las plantas transpiren y que la humedad del suelo se evapore, teniéndose así un transporte de vapor de agua a la atmósfera. También, este calentamiento de la superficie de la tierra da lugar a un movimiento atmosférico turbulento sobre todo en sentido vertical, que tiene una escala horizontal comprendida entre unos centímetros y unos pocos cientos de metros. Cuando el tamaño horizontal de las cajas está entre diez y cien kilómetros, los modelos discretos no pueden resolver estos movimientos.

Los procesos que tienen escalas pequeñas dependen y afectan a los procesos de escala más grande y a los procesos que son resueltos explícitamente por los modelos numéricos. Por ejemplo, la condensación de vapor de agua, de escala subcaja, ocurre cuando la humedad de la escala del modelo es suficientemente grande y, en sentido inverso, la condensación libera calor latente que eleva la temperatura de la escala resoluble del modelo. Por todo esto, si se ignora el efecto de los procesos subcaja en los campos de escala resoluble, el modelo deja de ser realista en un plazo de tiempo muy corto y se produce una degradación de la calidad de la predicción. Para recoger la interacción entre los fenómenos de escala subcaja y los de escala resoluble, los de escala subcaja se tienen que *parametrizar*, es decir, sus efectos se tienen que formular en términos de las escalas resolubles, lo que constituye la denominada *parte física de los modelos*. Los diferentes modos de parametrizar los fenómenos de escala subcaja tienen un profundo efecto sobre los modelos de predicción del tiempo y sobre los modelos climáticos, y son objeto de investigaciones muy intensas.

Modelos numéricos operativos de predicción del tiempo

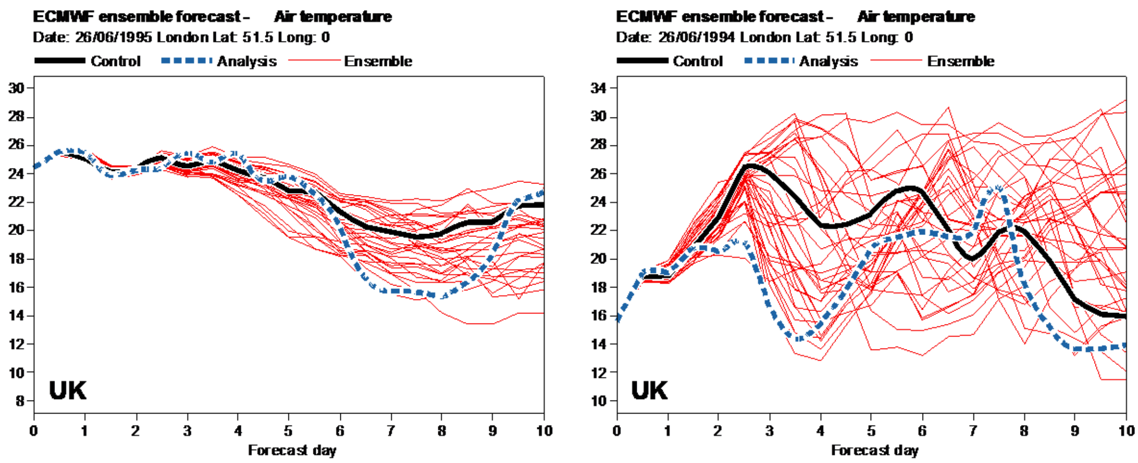
Para la predicción del tiempo a medio plazo, entre dos y diez días, se utilizan modelos numéricos globales de toda la atmósfera. Uno de los modelos más desarrollados es el del *European Center for Medium-Range Weather Forecast* (ECMWF), con sede en Reading, y que agrupa a 18 países. Actualmente la resolución horizontal del modelo es de 40 km y tiene 60 niveles de altura. Cuando se quieren hacer predicciones para un horizonte de hasta dos o tres días, por ejemplo para España, se utilizan *modelos regionales*, que tienen mayor resolución que los globales. El modelo regional *HIRLAM* (High Resolution Limited Area Model) del *Instituto Nacional de Meteorología* (INM) tiene como dominio un cuadrado centrado en España de unos 5000 km de lado, con una resolución espacial de 17 km y 40 niveles de altura. Las condiciones de contorno laterales se obtienen de la solución del modelo global proporcionada por el ECMWF. El INM también integra una versión con una resolución horizontal de 5 km anidada en la anterior, con la que realiza predicciones de hasta 24 horas.

Los problemas a resolver con estos modelos de predicción del tiempo son muy grandes, el número de variables puede ser del orden de 10 millones, y para hacerlo varias veces al día se requiere la utilización de los superordenadores más potentes que existen. Para terminar, el resultado de los modelos de predicción numérica del tiempo no es el tiempo que va a hacer, son los valores de las variables meteorológicas en las cajas en que hemos dividido la atmósfera. A partir de esos valores se realiza lo que se denomina “postproceso del modelo”, que básicamente consiste en representar en mapas geográficos bidimensionales los campos meteorológicos solución del modelo para que puedan ser utilizados por los hombres del tiempo para elaborar sus predicciones.

LÍMITES DE LA PREDICTIBILIDAD DEL TIEMPO. PREDICCIONES POR CONJUNTOS

Si los modelos matemáticos de la dinámica atmosférica son buenos, si la asimilación de datos a partir de las observaciones es buena, si la solución obtenida es una buena aproximación *¿por qué no se es capaz de predecir con exactitud el tiempo que hará, por ejemplo, dentro de dos semanas?* Para responder a esta pregunta, en 1963, el meteorólogo americano *Edward Lorenz* dedujo de las ecuaciones de la dinámica atmosférica un sistema no lineal de apariencia muy sencilla, aunque sin significado meteorológico, denominado sistema de Lorenz. Un estudio exhaustivo de las soluciones numéricas de este sistema con diferentes condiciones iniciales deparó a Lorenz dos grandes sorpresas: la gran sensibilidad a largo plazo de la solución con respecto de las condiciones iniciales, es decir el *carácter caótico* al que Lorenz se refirió como *efecto mariposa*, y la existencia de un *atractor extraño* alrededor del cual se enrollan todas las trayectorias para tiempos muy grandes.

El descubrimiento de Lorenz, que dio un gran impulso al estudio de los *sistemas dinámicos* y a la nueva ciencia del caos, mostró un hecho esencial: *incluso con un modelo perfecto y con condiciones iniciales casi perfectas, la naturaleza caótica de la atmósfera hace que los pronósticos pierdan toda validez más allá de dos semanas*. Así, los métodos de predicción descritos anteriormente, llamados deterministas ya que utilizan un solo modelo y una sola integración, sólo son capaces de dar previsiones del tiempo para un horizonte de hasta diez días, pero su fiabilidad decrece mucho cuando la predicción va más allá de cinco días.



Predicción por conjuntos de la temperatura del aire en Londres realizada por el ECMWF los días 26/06/1995 y 26/06/1994. Cuando la dispersión es menor, la atmósfera está en un estado más predictible.

Para superar esta limitación en el plazo de predicción debida a la incertidumbre de las condiciones iniciales, una opción muy desarrollada es la denominada *predicción por conjuntos*. Esta técnica consiste en realizar un conjunto de predicciones para un mismo alcance a partir de datos iniciales obtenidos perturbando la asimilación de datos y, a partir de ellas, obtener una predicción promedio o especificar la probabilidad de ocurrencia de sucesos futuros del tiempo. La predicción probabilística puede resultar muy útil en la toma de decisiones ante determinadas situaciones previstas, en particular, ante fenómenos meteorológicos adversos. El ECMWF es pionero en el desarrollo y uso de esta técnica para predicciones de más de cuatro días, y actualmente realiza predicciones con un conjunto de cincuenta condiciones iniciales distintas.

PREDICCIONES ESTACIONALES. PREDICCIONES CLIMÁTICAS

La *predicción estacional* es la que se hace para un horizonte de entre tres y seis meses. En estos casos, las condiciones iniciales no son el factor más importante en las anomalías de la resolución del modelo, hay factores más determinantes como la temperatura del agua de los océanos. Aquí también el ECMWF ha sido pionero en desarrollar un modelo adecuado a esos plazos de predicción. En estos modelos se utilizan técnicas de predicción por conjuntos y, con la información resultante, se trata de prever si el tiempo se apartará o no del régimen climático del lugar considerado. Se dirá así, por ejemplo, que el próximo verano será más caluroso y seco que lo habitual.

El *clima* es el tiempo promedio en una región y una época determinada, y la probabilidad de la ocurrencia de sus valores extremos. La *climatología* se puede decir que es una ciencia estadística. El conocimiento de la evolución del clima, más exactamente la predicción de los efectos a largo plazo de las perturbaciones climáticas, es muy importante para nuestro futuro. Por ejemplo, la teoría de sistemas dinámicos deberá permitir mostrar la existencia de atractores, lo que para los meteorólogos son regímenes permanentes. También, cuáles son los regímenes de tiempo más previsibles y cuáles los más inestables. En las situaciones de inestabilidad, en los modelos habrá que tener en cuenta el carácter aleatorio de la predicción, se deberán construir modelos basados en ecuaciones en derivadas parciales estocásticas.

Los modelos numéricos de *predicción del clima* son muy parecidos a los de previsión del tiempo, salvo dos diferencias esenciales. La primera es que como en los modelos climáticos el horizonte de predicción es muy largo, puede ir de cientos a miles de años, para poder ejecutarlos en un plazo de tiempo razonable las cajas atmosféricas tienen que ser grandes, de 200 a 300 km de lado. Esto hace que las parametrizaciones físicas, la evaluación de los efectos estadísticos de los fenómenos de escala subcaja, sean, si cabe, más necesarias para que los cálculos en la escala resoluble sean realistas. La segunda se debe a que las variaciones climáticas tienen lugar en grandes escalas de tiempo, por lo que no se puede despreciar las interacciones entre la atmósfera, los océanos, los hielos polares y la biosfera. Así, un modelo climático debe acoplar un modelo atmosférico, uno oceánico, uno de los hielos polares y un modelo de la biosfera. Esto, además de las propias dificultades de concepción de los modelos individuales, acarrea problemas matemáticos delicados sobre el acoplamiento entre los distintos dominios y sobre la definición de las condiciones de interacción en las fronteras comunes. En cualquier caso, en todas estas cuestiones todavía es necesario realizar muchas investigaciones y desarrollos matemáticos.

Nota: *El autor quiere agradecer a Juan Luís Vázquez por sus valiosas sugerencias para la redacción de este trabajo.*

BIBLIOGRAFIA

Atger F., Coiffier J. and Pailleaux J., Geleyn J.F. et Legrand E., 2000: *La météorologie*, 8^{e} série, nº 30, juin 2000, (*Spécial Prévision numérique du temps*).

Basdevant C. (2002). “Le temps qu’il fera”. En *L’explosion des mathématiques*, 7-10. Societé mathematique de France y Societé de mathématique apliquées et industrielles.

European Center for Medium-Range Weather Forecast, http://www.ecmwf.int/

Instituto Nacional de Meteorología, http://www.inm.es

Kalnay E., 2003: *Atmospheric Modeling, Data Assimilation and Predictability*. Cambridge University Press, Cambridge.

Lezaun M., 2002: Predicciones del Tiempo y Matemáticas. Boletín de la Sociedad Española de Matemática Aplicada, nº 22, pp. 59-98.

Lorenz E., 1993: *The Essence of Chaos*, University of Washington Press, Seattle. (Traducción en español *La esencia del caos*, Editorial Debate, Madrid, 2000).

Météo France, http://www.meteofrance.com

Nebeker F., 1995: *Calculating the Weather. Meteorology in the 20th Century*. Academic Press, San Diego.

Societé Météorologique de France, http://www.smf.asso.fr

Mikel Lezaun Iturralde es Catedrático de Matemática Aplicada en la Universidad del País Vasco y Vicepresidente de la Sociedad Española de Matemática Aplicada. En el año 2002, su trabajo Predicciones del Tiempo y Matemáticas fue galardonado con el III Premio SEMA de Divulgación en Matemática Aplicada.