

## LUCES Y SOMBRAS EN LA GÉNESIS DE UNA CIENCIA MEDITERRÁNEA\*

*Jaime Gil Aluja*

*Catedrático de la Universidad de Barcelona*

Resulta difícil sustraerse a un entorno que, a lo largo de varios milenios, ha ido conformando una manera de ser tal, que ha hecho, de quienes habitamos en las orillas del “Mare Nostrum”, seres poseedores de un componente cultural que ha marcado, como ningún otro, la historia de la Ciencia.

Año tras año, decenio tras decenio, siglo tras otro, el Mediterráneo ha visto germinar a su alrededor luces de la ciencia y sombras alienadoras. Luces y sombras que con una perspectiva de siete milenios se nos presentan como un camino sin discontinuidades.

### LOS ORÍGENES

La influencia de las primeras civilizaciones conocidas, la babilónica y la egipcia, constituyen para nosotros el referente más remoto para comprender lo que es hoy, la Ciencia en el Mediterráneo.

Cinco mil años antes de Jesucristo, los pueblos que vivieron en Mesopotamia y que tenían como centro de actividad cultural Babilonia, legaron a la posteridad centenares de tablas de barro en escritura cuneiforme, en las que las matemáticas ocupan una importante plaza. Pero fue después (entre 1800 a.C. y 1500 a.C.) en la época marcada por el reino de Hammurabi, primero, y en el período helenístico (entre 600 a.C. y 300 de nuestra era) correspondiente a la dinastía caldea y el imperio celesita, más tarde, cuando se constata la existencia de unos conocimientos de la matemática, que son utilizados en aspectos económicos tales como el cambio de moneda, los problemas de intereses, la distribución de las cosechas, y el cálculo de impuestos, entre otros.

A orillas del Mediterráneo, la civilización egipcia se hallaba formada por dos reinos, del Alto y Bajo Egipto. El período más interesante corresponde a la tercera dinastía de los faraones (2500 a.C.), en el cual se construyen las pirámides y se guarda una cultura con identidad propia, que más tarde se desvanece con la conquista de Alejandro “El Grande” (año 332 a.C.). La utilización egipcia de la escritura: hierática (además de la jeroglífica), más simple, permite el desarrollo y divulgación de elementos científicos a través de los papiros, entre los cuales destacan, como más conocidos, el Papiro Rhind (1600 a.C.), el Papiro de Moscú y el Rodillo de Cuero de las Matemáticas Egipcias. Todos ellos de claro contenido matemático y de gran interés científico.

No es de extrañar el desarrollo que se produjo en las matemáticas y su aplicación al ámbito económico y social, si se tienen en cuenta las necesidades provocadas por una amplia contabilidad dirigida al control de la producción y a la distribución de alimentos y objetos, así como a la de otros recursos. Son las primeras luces que iluminan la Ciencia Mediterránea.

La invasión del pueblo heleno a través de varias oleadas indo-europeas fructifican con la instalación de los achenos en el Peloponeso (año 2000 a.C.). Los dorios provocaron migraciones a finales del siglo XII a.C. que dieron lugar a la re-población de las orillas occidentales de Asia Menor

---

\* El contenido de este artículo constituye fundamentalmente el texto del discurso pronunciado por el profesor Gil Aluja en su nombramiento como Doctor “Honoris Causa” por la Universidad italiana de Messina.

(Iónico) y de las islas del Mar Egeo. Son etapas en las que la tiranía y la colonización del Mediterráneo provocan sombras en el proceso de creación científica por parte de sus ciudadanos.

Pero la nueva organización política en los inicios del siglo VIII a.C., estructurada en pequeños estados autónomos, deja un pequeño espacio por donde se deslizan las esperanzas de un nuevo resurgimiento científico. Mileto (en Iónica) primero, Esparta y Atenas después y Alejandría en Egipto finalmente, constituyen los focos de una brillante civilización que finaliza con la muerte de la reina Cleopatra el año 30 a.C.

Los científicos griegos fueron capaces de calcular con gran precisión los movimientos de los planetas aún cuando desconocían las leyes que regulan los más elementales fenómenos de nuestro entorno. Se considera a Tales de Mileto (624 a.C. – 546 a.C.) el fundador de la geometría griega y Pitágoras (s. VI a. C.) se erige como el filósofo que cambia la geometría hacia unas formas accesibles a todos los niveles. El período clásico (desde el año 600 a.C. al 300 a.C.) tiene como una de las grandes figuras a Euclides.

Hablar en la Grecia Antigua de matemática y filosofía, es situarse prácticamente, en un mismo plano. Platón (427 a.C. – 347 a.C.) destaca el alto valor educativo de las matemáticas, a partir de las cuales, es posible guiar la inteligencia hacia la contemplación de esencias inteligibles. Suponía que la Tierra era el centro del universo con unas esferas huecas girando alrededor con una regularidad matemática.

Aristóteles (384 a.C. – 322 a.C.) en su búsqueda del origen del conocimiento y de los medios de captar la realidad empírica, codifica las llamadas “Leyes de la Razón” en la lógica, capaces de organizar la coherencia del discurso. Elabora un corpus teórico global para suministrar explicaciones sobre el conjunto de los fenómenos naturales. Es lo que se conoce como Filosofía Natural. La obra de Aristóteles ha ido inspirando tanto el pensamiento mediterráneo como el occidental, a lo largo de más de dos milenios.

Por su parte, Eudoxo realizó una descripción matemática en la que los planetas estaban montados sobre veintiséis esferas concéntricas, cada una de las cuales giraba alrededor de un eje sostenido por la más próxima. Más tarde, Apolonio de Perga (262 a. C. – 200 a. C.) ideó la teoría de los epiciclos, según la cual los planetas se movían en pequeños círculos cuyos centros giraban, a su vez, en círculos mayores. Pero el triunfo de la matemática empírica vino de la mano de Claudio Tolomeo (100 d. C -160 d. C.) con el perfeccionamiento de la concepción epicíclica, de tal manera que los epiciclos se ajustaban tanto a las observaciones reales, que su sistema tuvo vigencia durante XV siglos.

La escuela de Alejandría, que domina el pensamiento científico desde el año 300 a.C. hasta el 640, tiene como grandes figuras, además de Tolomeo, a Arquímedes, Heron y Diofante. Con ellos se extienden las investigaciones a la mecánica, la astronomía y la trigonometría, siguiendo la tradición más algebraica de los babilonios.

A la anexión romana de Macedonia y Grecia (año 146 a.C.), le sigue Alejandría, que quedará como estandarte de la ciencia griega hasta su toma por los musulmanes el año 640 de nuestra era. Con independencia de las dificultades para encontrar fuentes directas de los hallazgos científicos griegos, se puede afirmar que fue hacia el VI siglo a.C. cuando tiene lugar el momento álgido de una ciencia positiva, que constituye algo más que una recopilación de datos empíricos propios de las civilizaciones anteriores. Bebiendo en fuentes babilónicas y egipcias, los griegos convierten los conocimientos en construcciones abstractas capaces de generar deducciones.

## **MOMENTOS DE ESPLENDOR MEDITERRÁNEO**

Casi un siglo después de la muerte de Mahoma, en el año 632, y la caída de Alejandría, en el año 640, tiene lugar la conquista por las tribus nómadas de Arabia, unificadas por el Profeta, de inmensos territorios que van desde la India hasta España, cubriendo las orillas norte y sur del Mediterráneo. Este inmenso imperio musulmán tiene inicialmente por capital Damasco (Siria) hasta su escisión, en el siglo VIII, en dos reinos independientes: el de Oriente y el de Occidente.

Los primeros nómadas se encuentran con una cultura muy superior a la suya y no tardan en asimilar aspectos científicos desconocidos por ellos. Pero la integración es de tal naturaleza, que aparece el germen de lo que sería una actividad científica genuina del Mediterráneo. Se concibe, así, una ciencia árabe que se alarga desde el siglo VII al XIII. Córdoba, capital del Occidente, es el centro del conocimiento árabe-andaluz. Bagdad es la maravillosa capital de Oriente. En 1236 la primera es tomada por el rey de Castilla Fernando III y la segunda cae en 1258 en poder de los Mongoles. Aún así, la ciencia árabe se mantendrá con todo su esplendor a lo largo del siglo XIV, en el Occidente bajo la luz del Reino de Granada y en el Oriente bajo el Imperio de los Mamelucos en Egipto.

No cabe la menor duda que la Ciencia ocupa un papel de privilegio en la vida musulmana. El saber científico es protegido y potenciado por Califas y otros mecenas. Cuando se habla de ciencia árabe, nos referimos a los tratados escritos en esta lengua, que durante muchísimo tiempo fue el vehículo de comunicación entre científicos, tal como sucede, ahora, con la lengua inglesa. La enorme, fundamental y definitiva diferencia se halla en el hecho de que la lengua árabe posee una gran riqueza, ofrece para cada concepto una amplia variedad de sinónimos y es capaz de sutiles matizaciones. A lo largo de casi ocho siglos, el saber es patrimonio árabe y su modelo de conocimiento recoge diversas manifestaciones de la Ciencia, como la matemática, la astronomía, la filosofía, la medicina y la física, sin olvidar el gran predicamento de los aspectos históricos, geográficos o poéticos.

La estructura del pensamiento científico árabe es una herencia del pensamiento de Aristóteles y de los grandes maestros de la Escuela de Alejandría: Euclides en Matemáticas, Tolomeo en Astronomía, y Galeno (Claudius Gallenus, 129 – 200) en Medicina, entre otros. Pero no termina aquí la herencia recibida por el mundo árabe: las aportaciones indias fueron bien recibidas, sobre todo, en cuanto a la numeración decimal de posición con la utilización del cero, importante aspecto divulgado después a través de Al-Khwarizmi (antes del 800 – después del 847). No es de extrañar, pues, la importancia de las matemáticas árabes en el campo del álgebra, con nombres tan destacados como: Al-Karaji (final s. X – primer cuarto s. XI), Al-Khayyam (~1048 - 1131~) y Al-Kashi (fallecido en 1429), entre otros.

La utilización científica de la matemática al ámbito de la experimentación, tiene lugar, principalmente, en mecánica y, sobre todo, en astronomía. Uno de los grandes físicos medievales, Ibn Al-Haytham (965 – 1.039), elabora su tratado de óptica, combinando la geometría con la física. Su obra ejerce una gran influencia en este ámbito hasta el siglo XVII.

## **EL INICIO DEL CLAROSCURO**

He aquí un largo período de luces que se ensombrecieron, después, por la dificultad de asimilar esta herencia por el occidente medieval cristiano. El profundo abismo en el que cayó el conocimiento en unos primeros decenios, fue el gran obstáculo para su recuperación. Sus pobladores tardaron algunos siglos en volver a alcanzar el nivel científico conseguido en el mundo árabe.

Ahora bien, aún cuando se ha considerado como una etapa oscura el desenvolvimiento científico de la cultura occidental durante el esplendor de la civilización árabe (sobre todo, después de las luces, casi cegadoras, de las joyas que adornaron el pensamiento heleno), a lo largo de los siglos XI y XII, como consecuencia de la interacción de los judíos en el Mediterráneo, se incorporan en el

mundo cristiano interesantes actividades científicas y se empiezan a realizar algunas operaciones aritméticas, tal como se hacía en la civilización árabe. Es el tímido despertar de la Europa tradicional. En este espacio de tiempo, Italia del Sur ocupa una situación de privilegio, por cuanto la cultura latina autóctona se enlaza con los vestigios que se destiñen en la larga ocupación bizantina, sazónada con las aportaciones árabes desde la cercana Sicilia por ellos ocupada. Se trata, en definitiva, de las primeras infiltraciones de la ciencia árabe en Occidente, en una época en la que la Iglesia, a través de sus monasterios, se instituye como primer foco cultural del occidente cristiano. El latín se convierte en el vehículo de comunicación entre los eruditos, antes de establecerse como lengua científica de Europa.

Hasta el año 1100 el pensamiento cristiano se dirige hacia los aspectos místicos y dogmáticos, desterrando de su ámbito de estudio los fenómenos de la naturaleza. Es sólo a partir de esta fecha cuando empieza una cierta evolución con el intento de buscar la explicación de las cosas a través de causas naturales. La atención prestada por los escolásticos al estudio del trivium (lógica, gramática, retórica) deja paso, poco a poco, al interés por el quadrivium (aritmética, geometría, astronomía, música). A pesar de ello, el nivel científico alcanzado es muy modesto, si se compara con el conseguido por la ciencia griega y árabe. En todo caso, no cabe la menor duda que el siglo XII tiene como principal protagonista científico el Sur de Europa que canaliza y distribuye la ciencia por todo el resto del Continente.

El acceso de Europa a los conocimientos científicos más avanzados tiene lugar a través de la traducción de las obras desde la lengua árabe. Dos centros destacan en este campo: Sicilia y España. En la primera de estas zonas del Mediterráneo, lo mismo que sucedía en la Italia Meridional del anterior siglo XI, se genera un centro en donde las distintas influencias de la ciencia dominante encuentra allí un buen caldo de cultivo. En España se forman centros culturales en los que se pueden estudiar las fuentes de la ciencia griega y árabe. Entre los científicos de mayor altura, caben citar a Ibn Rushd, conocido como Averroes (1126 – 1198) (filósofo, médico y astrónomo) y el judío cordobés Maimonides (1135 – 1204) (talmudista, filósofo, médico, farmacólogo y astrónomo). El traductor más destacado es Gerardo de Cremona (Cremona 1114 – Toledo 1187), quien aporta una obra decisiva para el desarrollo de la ciencia medieval, a través de la traducción de los grandes clásicos griegos a partir de las versiones árabes.

Si en algo destaca el siglo XIII es por el flujo de la ciencia árabe al mundo cristiano. Una prueba de ello la tenemos con el emperador Federico III de Sicilia (1194 – 1250), del que se conoce una importante correspondencia con el mundo oriental, en aspectos tales como: filosofía, astronomía, geometría y óptica.

De entre los científicos que más destacan en la Edad Media cristiana, podemos citar a Leonardo de Pisa o Fibonacci (nacido hacia 1170 y muerto después de 1250). Aunque originario de Pisa, su vida se desplaza muy pronto a Argelia, en donde aprende la lengua árabe, y a Egipto, Siria y Grecia después, para retornar finalmente a Sicilia, en donde elabora en 1202 el *Liber abaci* y en 1220 la *Practica Geometriae*, obras básicas en las que los científicos italianos aprenden la matemática de los árabes y griegos, y que representa la base del progreso algebraico en la Italia del Renacimiento. Es interesante constatar que en el *Liber abaci* se tratan problemas de aplicaciones financieras y comerciales junto con las ecuaciones de segundo grado y ecuaciones indeterminadas, entre otras. En España, todavía bajo la influencia judío-árabe, se produce un proceso evolutivo independiente del resto de Europa. Son conocidas las tablas alfonsinas de Alfonso X de Castilla (1252 – 1284) que tendrán un gran predicamento hasta iniciado el siglo XVI.

Como contrapartida a cuanto acabamos de señalar, este siglo XIII representa la edad de oro de la escolástica en la Europa no mediterránea. Como es conocido, la escolástica pretende hacer inteligible la fe cristiana mediante elementos racionales tomando como base, principalmente, las Sagradas Escrituras y los Cuatro Libros de Sentencias. La obra de Aristóteles juega de nuevo un importante papel en el pensamiento cristiano. La fundación de universidades constituye un hecho muy

significativo de la escolástica. Paris, con su universidad, surge como capital intelectual de la Cristiandad.

## LA BIPARTICIÓN CIENTÍFICA DE EUROPA

El siglo XIV se revela como punto de partida de la separación científica entre el Mediterráneo y el centro y norte de Europa. En este siglo, grandes personajes como Tomás de Aquino, figuran encabezando las luces de la inteligencia. En efecto sus obras *Summa Contragentiles* y *Summa Theologica* constituyen una importante síntesis entre el pensamiento aristotélico y el escolástico. Se ha considerado el siglo XIV como una de las más difíciles etapas de la historia de la ciencia mediterránea. Grandes problemas sacuden Europa: la Guerra de los 100 años, la Gran Peste (1347 – 1348) que elimina casi un tercio de la población europea, y unas décadas de malas cosechas son obstáculos casi insalvables para el desarrollo científico. Ante tanta adversidad, el mundo cristiano recurre al misticismo y a la superstición. Aparece como una sensación de abandono del ideal científico, que solamente queda compensado con los hallazgos de tipo puramente técnico, aunque de verdadero interés para los quehaceres cotidianos. Así aparecen las primeras armas de fuego (1337), se perfecciona la tracción motriz (tanto animal como hidráulica), se ponen en marcha nuevas técnicas de destilación y, aparecen los relojes mecánicos con pesas, entre otros descubrimientos de la época.

Desde el inicio del siglo XV, Italia juega un papel fundamental en el Renacimiento de la cultura europea. En la búsqueda de ayuda para detener a los turcos, establece contactos con los bizantinos, lo que permite conocer mejor las diversas civilizaciones orientales. La caída del Imperio Romano de Oriente y la llegada de investigadores bizantinos a Occidente, pone a disposición de los estudiosos versiones griegas de los textos antiguos. De nuevo la ciencia griega constituye el referente para la mediterránea. Leonardo da Vinci (1452 – 1519) dirige el conocimiento a la observación de los hechos e intenta explicar las leyes de la naturaleza en forma de relaciones cuantitativas.

Paralelamente, en la Europa no Mediterránea se critica la incapacidad de la escolástica para realizar medidas de hechos y fenómenos. Es significativo a este respecto, la posición del clérigo alemán Nicolás de Cues (1405 – 1464), en el sentido de que considera necesario fundamentar todo conocimiento mediante el concepto de medida. Así aparecen los primeros vestigios de la distinción entre lo que hoy llamamos medida, es decir: asignación numérica objetiva y, valuación, asignación numérica subjetiva. La obsesión por la medida, acompañará a los científicos durante seis siglos. La posición renovadora de la actividad científica, pues, se asienta en la observación de la naturaleza y exige la experimentación.

Hay que constatar que la expansión de la nueva concepción científica es irritablemente lenta, como consecuencia, quizás, de la rigidez de las universidades, fieles a la ciencia escolástica. No se dan comunidades científicas importantes. La ciencia en el Renacimiento, está constituida por individualidades aisladas.

En el siglo XVI tiene lugar una expansión del comercio y del sistema bancario, con Venecia como centro financiero europeo. Este hecho crea la necesidad de una aritmética sencilla, fácil de utilizar. Como respuesta a esta necesidad aparece con luz propia, la obra de Luca Pacioli *Summa* (1494) que es un verdadero compendio del saber matemático de la época y que constituye una continuación del *Liber abaci* (1202) de Leonardo de Pisa.

De nuevo parece que Europa se escinde. Por una parte se constata la consolidación de la escuela italiana con sus estudios sobre la resolución de ecuaciones de tercer y cuarto grado, y, por otra, los estudios alemanes que desembocan en una verdadera escuela algebraica.

No obstante cuando acabamos de señalar, es necesario admitir que el conocimiento científico no se ha enriquecido sustancialmente durante el Renacimiento. Los movimientos críticos que surgen

en esta época van dirigidos a cambiar el pensamiento escolástico. Destacan, entre estos intentos revolucionarios, las nuevas concepciones de la astronomía. Incluso en las propias universidades se discute el sistema de Tolomeo. En 1543 sale a la luz la obra de Nicolás Copérnico (1473 – 1543). De *Revolutionibus orbium celestium* la cual demuestra la inexactitud del sistema tolomeico, según el cual la Tierra ocupa el centro del Universo y lo sustituye por la idea de que la Tierra se mueve alrededor del Sol. Copérnico, canónigo de la catedral de Frauenburg, coloca al Sol como centro del Universo. Con ello surge la teoría heliocéntrica, reduciendo a treinta y uno el número de epiciclos. La Iglesia católica le busca, es detenido por la Inquisición y condenado a muerte y ejecutada la sentencia por defender esta audaz visión del universo.

Años después, Giordano Bruno (1548 – 1600) siguiendo la idea heliocéntrica rompe en añicos la bóveda celeste sustituyéndola por un universo infinito, poblado por una infinidad de mundos iguales al nuestro. Escribía que “el universo es uno, infinito e inmóvil... No tiene nada fuera de él, entendiéndose que es el todo. No tiene generación propia, ya que no existe otra cosa que pueda buscar. No es corruptible, dado que no puede tornarse en otra cosa. No puede disminuir o aumentar, puesto que es infinito. No es alterable, por no haber nada externo que le pueda afectar”<sup>1</sup>. Esta idea, constituye una manifestación de la concepción del universo que desteñiría el pensamiento científico occidental durante siglos.

La idea heliocéntrica toma forma científica con la formulación matemática de Johann Kepler (1571 – 1630). Originario del ducado de Wurtemberg, Kepler describe el movimiento de los planetas a partir de observaciones astronómicas empíricas que luego formula a través de leyes matemáticas. La primera <sup>2</sup> y la segunda <sup>3</sup> ley son enunciadas en 1609 y la tercera <sup>4</sup> en 1619. Con el soporte analítico utilizado, las teorías de Kepler consiguen ir más lejos que las de Copérnico.

Galileo Galilei (1564 – 1642) confirma la tesis heliocéntrica y reduce sus investigaciones a unas pocas magnitudes básicas: tiempo, distancia, velocidad, aceleración, momento, masa e inercia. En lugar de buscar el por qué de los fenómenos se interroga sobre cómo acontecen los fenómenos. En su *Diálogo sobre los dos principales sistemas del mundo*, en donde expuso dicha teoría heliocéntrica, establece un sistema de ley natural para los objetos celestes y otro sistema para los objetos de la tierra. Se trata, en cierto modo, de la reivindicación de la dualidad. Su osadía le lleva en 1633 a un tribunal de la Inquisición en donde, bajo la amenaza de tortura, reniega de su creencia sobre el movimiento de la Tierra.

René Descartes (1596 – 1650) concibe el universo como un espacio geométrico que es descrito a partir de una física mecanicista. Las fuerzas que lo mueven obedecen, así, a unas leyes matemáticas precisas. En su concepción unitaria, también el organismo humano y su pensamiento actúan como una máquina, como un robot. Quizás, la diferencia entre Descartes y Galileo se halla en que mientras el primero considera los principios fundamentales de la física como puras construcciones mentales, el segundo sostiene que son el resultado de la experiencia. Newton realizará en 1686 la síntesis entre la mecánica física y la mecánica celeste, estableciendo su conocido principio de La Gravitación Universal.

## **LA CREACIÓN CIENTÍFICA SE DESPLAZA DEL MEDITERRÁNEO**

Quizás, por primera vez la ciencia se apoya sobre conocimientos expresados matemáticamente soslayando la tradición religiosa. A partir de aquí, el siglo XVII conoce un desarrollo científico sólo comparable con las culturas griega y musulmana. Pero ahora, la creación científica escapa del

---

<sup>1</sup> Bruno, G.: “De la causa”, *Opera Italiana*, quinto diálogo. I. Bari 1907. Citado por Leclerc, I.: *The Nature of Physical Existent*. George Allen and Urwin Ltd. Londres 1972, Pág. 88

<sup>2</sup> “Los planetas se mueven en órbitas elípticas alrededor del sol”

<sup>3</sup> “La órbita de un planeta barre áreas iguales en tiempos iguales”

<sup>4</sup> “El cubo de la distancia entre el Sol y un planeta es proporcional al cuadrado del período de su órbita”

Mediterráneo para esparcirse hacia los confines de la Europa Central y Nórdica. Grandes nombres sobresalen en el ámbito matemático: Viète en el álgebra simbólica, Fermat en la teoría de números, Pascal y el propio Fermat en el cálculo de probabilidades, Descartes en la geometría analítica, Leibniz y Newton en el cálculo infinitesimal. Las figuras de Newton y Leibniz, son el ejemplo más revelador de la ebullición científica.

Isaac Newton (1642 – 1727) cambió definitivamente la percepción dual con la búsqueda de un código de leyes que gobernara el movimiento de un cuerpo bajo todas las combinaciones de fuerzas. Realizó su planteamiento desde una perspectiva geométrica. En efecto, en una representación gráfica, mediante un sistema de coordenadas, la variación de la velocidad de un cuerpo en relación con el tiempo, adopta la forma de una curva. De manera geométrica se observa que la distancia total recorrida es igual al área comprendida debajo de la curva. Así mismo la velocidad es igual a la pendiente de la tangente de la curva que relaciona distancia y tiempo. El problema consistía, entonces, en cómo calcular estas áreas y tangentes. El propio Newton, por una parte y Gottfried Leibniz (1646 – 1716), por otra, dieron la solución, dividiendo el tiempo en intervalos cada vez más pequeños. El área buscada era la resultante de sumar las áreas de un elevado número de estrechas bandas verticales. La pendiente de una tangente puede ser calculada considerando dos momentos del tiempo muy cercanos, haciendo que la diferencia entre ambos sea arbitrariamente muy pequeña. Sostenían que en el límite los errores de las sucesivas aproximaciones podían desaparecer. Estos métodos de cálculo se conocen, hoy, con las denominaciones integración y diferenciación. En los tres tomos de su *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* Newton redujo todo movimiento a tres leyes<sup>5</sup> presentadas en el primer volumen. Las leyes de Newton son universales. La órbita de Júpiter y la trayectoria de una bala de cañón son dos manifestaciones de la misma ley. El universo es, de nuevo, único.

El siglo XVII, pues, conoce una expansión del conocimiento científico, sobre todo en Alemania, norte de Francia, Inglaterra, Holanda, pero también en Italia. Y ello, a pesar de que las universidades continúan con el lastre medieval y juegan un pobre papel en la creación científica. Este lugar lo van a ocupar, durante este siglo, las Academias de Ciencias, que constituyen el resultado de un empeño en agrupar científicos y conocimientos frente al aislamiento al que se veían constreñidos los investigadores de la época.

La primera Academia Científica es fundada en Roma, bajo los auspicios del Príncipe Federico Cesi en 1603. Bajo la insistencia de Francis Bacon (1561 – 1626) se producen reuniones de científicos en Cambridge y Oxford, y más tarde, a partir de 1645, en el Gresham College de Londres, las cuales son oficializadas por Carta Real en 1662 tomando el nombre de Royal Society. En Francia, Marin Mersenne (1588 – 1648) reúne de manera privada a su alrededor un grupo de intelectuales bajo el nombre de Academia Parisiensis. En 1666 Colbert funda la Académie des Sciences recogiendo el grupo que había formado antes Mersenne. Estas agrupaciones científicas adoptan dos modelos distintos, que se reflejan perfectamente en la Académie des Sciences de Paris y la Royal Society de Londres. Mientras la primera goza de una importante financiación del estado francés, en la segunda el Estado no juega papel importante alguno.

A lo largo del siglo XVII las academias científicas aumentan en número e intervienen cada vez de manera más decisiva, en la actividad científica. Ejemplo de ello, lo tenemos, ya entrado el siglo XVIII, con la Academia de Berlín organizada en 1700 por Leibniz (1646 – 1716) y la Academia de San Petersburgo creada por Pedro “El Grande” en 1724.

El siglo XVIII recoge e impulsa los hallazgos del período precedente. Desde una perspectiva matemática se observa una marcada oposición entre la escuela inglesa newtoniana y las escuelas

---

<sup>5</sup> “Si no actúan fuerzas sobre un cuerpo, entonces éste o bien permanece en reposo o se mueve uniformemente en línea recta”

“Su aceleración es proporcional a la fuerza que está actuando”

“A cualquier acción corresponde siempre una reacción igual y opuesta”

continentales leibnicianas. Mientras los ingleses descartan el cálculo infinitesimal, en el continente, éste adquiere una marcada significación en muchos ámbitos de la matemática. La reflexión teórica y la investigación experimental alcanzan sus mayores cotas de éxito en el tratamiento de los problemas de la física. En este sentido cabe destacar a Leonhard Euler (1707 – 1783), quien prestó especial atención a la dinámica de fluidos y estableció, entre otros, un sistema de ecuaciones en derivadas parciales para describir el movimiento de un fluido sin fricciones. La mecánica se basaba total y explícitamente en el cálculo: hallar las ecuaciones diferenciales primero, resolverlas después. Modelizó el fluido como un medio continuo, infinitivamente divisible, y describió su movimiento mediante variables continuas que dependían de la velocidad, densidad y presión de las partículas del fluido. Ya una década antes Jean Le Rond d'Alembert (1717-1783) al analizar las vibraciones de una cuerda establecía una ecuación diferencial que resultó ser una ecuación en derivadas parciales.

Joseph Louis Lagrange (1736-1813) reformula los hallazgos de Euler que cristalizan en dos importantes ideas: “el principio de la conservación de la energía” y “el establecimiento de las coordenadas generalizadas”

- a) La mecánica clásica considera dos formas de energía: la energía potencial y la energía cinética. Cuando cae un cuerpo, al descender se acelera (cambia energía potencial por energía cinética). La energía total no se altera, por lo que la suma de ambas energías es siempre la misma. De nuevo una ley venía a engrosar el acervo de la ciencia.
- b) Las coordenadas son un artificio para convertir la geometría en álgebra, asociando un conjunto de números con cada punto. Existían varios sistemas de coordenadas. Lagrange, empezó suponiendo un sistema de coordenadas cualquiera, hasta hallar las ecuaciones del movimiento en una forma que no dependían del sistema de coordenadas elegido.

Mención especial merece la actividad científica en la Francia del Norte. La vida científica tiene lugar alrededor de la Académie des Sciences, en donde una élite de prestigio deja oír su voz en el mundo científico de la época. Aparecen algunos tratados clásicos como la *Mécanique Analytique* de Lagrange, la *Mécanique Céleste* de Laplace o bien, la *Géométrie Descriptive* de Monge, entre otros. Otros nombres ilustres les acompañan, Legendre, Carnot y Condorcet (1743 – 1794) entre otros. La Convención crea, en 1794, l'Ecole Normale, aunque quizás el acontecimiento más importante viene dado por la fundación, en este mismo año, de l'Ecole Polytechnique, que cuenta, entre su profesorado, con los más importantes científicos de la época. Un poco más tarde, en 1808 el Gobierno francés crea l'Ecole Normale Supérieure, las Escuelas Especiales de las Minas, de Ponts et Chaussées y la Maritime, que rompen una especie de monopolio, que hasta entonces había detentado l'Ecole Polytechnique. Hecho destacable es la enorme y casi abusiva concentración de la ciencia en París, que deja desérticas las ciudades francesas del sur.

## **LA SOMNOLENCIA MEDITERRÁNEA DEL SIGLO XIX**

Ya en pleno siglo XIX, William Rowan Hamilton (1805 – 1865) reformula de nuevo la dinámica, estableciendo que el estado de un sistema dinámico viene dado por un conjunto de coordenadas de posición (las de Lagrange) y un conjunto de coordenadas de momento (velocidades multiplicadas por la masa). La energía total, definida en términos de estas posiciones y momentos es una cantidad única, conocida, hoy, como “hamiltoniano” del sistema. A lo largo de este siglo tiene lugar una expansión de los conocimientos prácticamente por toda la Europa central y nórdica, aunque Alemania, Inglaterra y Francia continúan siendo los centros principales, a los que se añaden muy pronto Italia, Rusia y Estados Unidos.

La matemática alemana relega muy pronto a la escuela francesa. Ejemplo significativo nos lo da Gauss (1777 – 1855) que ha sido considerado como el príncipe de las matemáticas. En 1810, Alexander von Humboldt crea la Universidad de Berlín. Resultaría muy difícil hacer mención de tantas y tan importantes teorías matemáticas que se elaboran en el siglo XIX, aunque sí es importante señalar



el hecho de que se produce una casi perfecta separación entre la formalización pura y las aplicaciones en física o en mecánica. El álgebra se infiltra en todas direcciones a partir de 1850, e invade las demás ramas de las matemáticas. Galois (1830) y luego Jordan (1870) son considerados los creadores en Francia de la teoría de grupos. Alemania cuenta con brillantes algebristas, tales como, Kummer, Weber, Kronecker y Dedekind.

Se constata que la actitud científica frente al funcionamiento del universo es consecuencia de la observación de los movimientos que en él se producen y de los intentos de resolver los problemas sobre ellos planteados. Ilustrativo es, en este sentido, el contenido del capítulo tercero de la memoria El problema de los tres cuerpos y las ecuaciones de la dinámica de Jules Henri Poincaré (1854 – 1912), en donde se esfuerza en poner de manifiesto la existencia de soluciones periódicas para las ecuaciones diferenciales. Parte del supuesto de que, en un determinado momento, un sistema se halla en un estado concreto y que en un momento posterior vuelve, de nuevo, al mismo estado. Todas las posiciones y velocidades son las mismas después que antes. Así, debe repetirse, una y otra vez, el movimiento que le ha conducido desde un estado de nuevo a sí mismo: El movimiento es periódico.

Para ejemplarizar esta idea. Los físicos recurren a la sencilla imagen de un satélite artificial para el que se desea saber si posee una órbita periódica. Así, en lugar de seguir con un telescopio toda su trayectoria alrededor de la Tierra, lo enfocan de manera que barra un plano que vaya de norte a sur, desde un horizonte a otro, y que esté alineado con el centro de nuestro planeta. Toman nota del lugar donde pasa por primera vez, su rapidez y su dirección. Permanecen a la espera sólo enfocando el plano. La periodicidad exige que vuelva a pasar por el mismo punto, a la misma velocidad y en la misma dirección. Actuando de esta manera, en lugar de observar todos los estados, basta con mirar unos pocos. A esta superficie se la conoce como sección de Poincaré, quien la utilizó para intentar hallar movimientos periódicos de un cuerpo pequeño sujeto a las fuerzas de otros dos cuerpos con masas grandes, los cuales no se hallan afectados por él. Los dos cuerpos grandes se mueven formando sendas elipses alrededor de su mutuo centro de gravedad, pero el cuerpo pequeño se mueve oscilante de un lado hacia otro sin que nada pueda hacer cambiar su rumbo. Su comportamiento es complicado y anti-intuitivo. En efecto el sistema inicia una actividad en su estado y sigue una curva. Cuando vuelve a la sección de Poincaré pasa por otro estado, luego por otro y por otro..., y así sucesivamente. El sistema, en definitiva, atraviesa la sección de Poincaré, por una secuencia incierta de puntos Poincaré se hallaba ante un panorama que hoy llamaríamos caótico.

En el ámbito del pensamiento económico se puede señalar que el estudio del comportamiento de los sistemas ha sido realizado, con frecuencia y desde una cierta perspectiva, a partir de los procesos markovianos y pseudomarkovianos<sup>6</sup>. En base a ellos, los investigadores han podido encontrar algunas soluciones a los problemas secuenciales, los cuales nos ha llevado a considerar tres grandes grupos:

- 1) Cuando a partir de datos ciertos y de un sistema conocido, los resultados van a converger en el límite. Se trata de sistemas ergódicos.
- 2) Cuando bajo estas mismas circunstancias, el sistema no posee una solución única conocida, sino que tiene lugar una oscilación regular de soluciones. Nos hallamos ante sistemas periódicos.
- 3) Pero existen también sistemas en los cuales por muchos periodos de tiempo que transcurran, no somos capaces de hallar regularidades, sino estados “desordenados”.

---

<sup>6</sup> Kaufmann, A. y Gil Aluja, J.: “Nuevas técnicas para la dirección estratégica”. Publicacions de la Universitat de Barcelona. Barcelona, 1991, Pág. 45-66 y 129-133.

Nos sentimos reconfortados por la comodidad que proporciona el tratamiento de los dos primeros. Pero, en cambio, nos desconcierta la impotencia ante la falta de normas de comportamiento regularizables, en el último.

Así, año tras año, decenio tras decenio, siglo tras otro, las distintas ramas de la ciencia trataron sus problemas mediante leyes matemáticas. Fue a lo largo del siglo XVIII e inicios del XIX cuando se establecieron la mayor parte de las más celebradas leyes de física matemática clásica. Apareció, así, un paradigma de gran alcance: la naturaleza es modelizable mediante ecuaciones diferenciales. Pero si la modelización de los fenómenos físicos fue el gran éxito de este periodo, no lo fue tanto la resolución de las ecuaciones de los modelos. Como acostumbra a suceder, se hizo especial hincapié en los problemas con solución, relegando aquellos para los cuales ésta no era conocida. La creencia en que el universo seguía leyes conocidas era general. Modelos que funcionan como un reloj, aceptación de un universo que funciona como un reloj. Modelos deterministas, aceptación de un universo determinista.

Pero a pesar de que los hallazgos acumulados a lo largo de tantos siglos habían sido muchos, se producían fenómenos que continuaban sin explicación. La matemática podía calcular el movimiento de un planeta. Con un número limitado de leyes se podía predecir el futuro del universo. Pero, en cambio, no existía explicación para fenómenos casi cotidianos. En una gran cantidad de ellos, si bien no era posible describir los comportamientos de todos sus componentes individualmente sí era factible, en principio, hallar las regularidades en su comportamiento global. En general, si el comportamiento detallado de los grandes sistemas no era siquiera planteable, en cambio resultaba abordable encontrar leyes de su comportamiento en conjunto. La matemática que permitiría una solución venía de la mano de la “teoría de la probabilidad”.

Ya en el anterior siglo XVIII, los astrónomos y matemáticos, en sus cálculos sobre las órbitas de los cuerpos celestes, vieron que, en sus observaciones, los errores se agrupaban en torno a un valor promedio. De ahí que establecieran la llamada ley del error. Adolphe Quetelet aplicó este instrumento a las medidas de objetos físicos y mentales de índole social (nacimientos, matrimonios, suicidios, delitos,...) en una obra, *Mecánica social*, cuyo título mostraba un deliberado paralelismo con la *Mecánica celeste* de Laplace. Sin embargo, no se pueden ocultar las abismales diferencias entre las ciencias físicas y las ciencias sociales. En las primeras, los fenómenos son normalmente repetibles en las mismas condiciones, en las segundas los efectos de una prueba modifican la situación en la que se realizó, sin posible reversibilidad.

En los años 80 del siglo XIX, las ciencias sociales intentaron sustituir el experimento controlado de la física. Tres investigadores merecen nuestro interés: Francis Galton (1822 – 1911) en antropología, Francis Isidro Edgeworth (1845 – 1926) en economía y Karl Pearson en filosofía. Así, pues, partiendo del estudio de los errores en astronomía, las ciencias sociales desarrollan y utilizan instrumentos matemáticos para conseguir regularidades en comportamientos aleatorios. Posteriormente, la física recupera estos hallazgos para explicar, matemáticamente, sistemas físicos complejos cuyos movimientos no seguían leyes deterministas.

El físico James Clerk Maxwell (1831 – 1879) propuso en 1873 el empleo de la estadística en una sesión de la Sociedad Británica para el Desarrollo de la Ciencia. Entre otras, planteó la cuestión fundamental de la determinación de la distribución de la velocidad, aleatoriamente variable, de una molécula. La teoría cinética de los gases se había convertido en un área importante del conocimiento científico y fue precisamente en la física de los gases en donde se produce el encuentro entre el determinismo y la aleatoriedad. El gas es una agregación de partículas cuyo movimiento individual obedece a leyes dinámicas deterministas. Un miligramo de gas contiene aproximadamente cien trillones de partículas. Si observamos la trayectoria de unas pocas de ellas, se verá que siguen una línea hasta que una choca con otra. Sus nuevas direcciones son determinables por las geometrías anteriores. Por ello, sería posible describir sus movimientos. Pero cuando ya tendríamos las leyes de su comportamiento, una partícula exterior al grupo considerado vendría a modificar las leyes

deterministas de su comportamiento. El todo parece comportarse de manera aleatoria (hoy diríamos incierta). Los científicos de finales del siglo XIX sabían, ya, que un sistema determinista puede actuar de manera aparentemente aleatoria, pero eran conscientes de que la aleatoriedad era sólo aparente y que aparecía en sistemas complejos. Estas explicaciones resultaban igualmente válidas en el campo de las ciencias sociales. Los mecanismos que regulan los fenómenos de un subsistema económico, por ejemplo, se ven normalmente perturbados por influencias externas, muchas veces inesperadas e incontrolables. De esta manera se habían perfilado dos tipos de análisis: el más antiguo, de gran precisión, basado en ecuaciones diferenciales capaces de determinar la evolución del universo y el entonces moderno, que trabajaba con cantidades globales “promediadas” de sistemas complejos.

## LA ENCRUCIJADA GEOMETRISMO-DARWINISMO

No existe la menor duda de que algo importante estaba pugnando por emerger a la superficie de la actividad científica cuando aún destilaban las primeras esencias del evolucionismo, rica herencia del siglo XIX. Unas breves pinceladas deberían poder situarnos en el punto de arranque de una nueva aventura. Para ello recurriremos a Darwin y a Clausius.

En su fundamental obra “El origen de las especies” publicada en 1859, Darwin combina dos elementos: fluctuaciones e irreversibilidad. En efecto, sostiene que las fluctuaciones en las especies biológicas gracias a la selección del medio, dan lugar a una evolución biológica irreversible. De la asociación entre fluctuaciones (que asimila a la idea de azar, diríamos nosotros incertidumbre) e irreversibilidad tiene lugar una autoorganización de sistemas con una creciente complejidad.

Por su parte, Clausius formula, en 1865, la “ley de aumento de la entropía”, con la correspondiente división entre procesos reversibles e irreversibles. Esta distinción se hace explícita en la segunda ley que postula la existencia de una función, la entropía<sup>7</sup>, la cual, en un sistema aislado, aumenta cuando existen procesos irreversibles y se mantiene constante en presencia de procesos reversibles. Por lo tanto, la entropía alcanza un valor máximo cuando el sistema llega al equilibrio y acaba el proceso irreversible. El físico Ludwig Boltzmann (1844-1906) llegó a la conclusión de que la entropía  $S$  se halla ligada con la probabilidad  $P$ . En su tumba existe una lápida en la cual se grabó la fórmula:

$$S = k \cdot \ln P$$

en la que  $k$  es una constante universal, a la que Max Karl Erns Ludwig Planck (1858-1947) asoció el nombre de Boltzmann.

Tanto en el caso de Darwin como en el de Boltzmann, azar y evolución se hallan estrechamente relacionados, pero el resultado de sus respectivas investigaciones conducen a conclusiones contrapuestas. En Boltzmann, la probabilidad llega a su máximo cuando se alcanza la uniformidad, mientras que en Darwin la evolución conduce a nuevas estructuras autoorganizadas.

En contraposición con estas perspectivas, el prototipo de la física clásica es la mecánica del movimiento, la descripción de trayectorias de carácter reversible y determinista, en donde la dirección del tiempo no juega papel alguno, en la cual no existe un lugar ni para el azar ni para la irreversibilidad. En definitiva, el universo constituye un inmenso autómatas. En un cierto sentido, este panorama es el mismo que en la física cuántica.

La verdad es que, con independencia de la posición desde la cual tenga lugar el enfoque, el universo posee una estructura compleja. Sostiene Jacques Monod en su obra *El azar y la necesidad*, que la vida es un simple accidente en la historia de la naturaleza que, por un motivo no muy claro, es

---

<sup>7</sup> La palabra entropía procede del griego y tiene como significado “evolución”.

capaz de mantenerse. A pesar de esta aseveración, nadie puede negar que algunos fenómenos se pueden perfectamente describir mediante ecuaciones deterministas (movimiento de los planetas) pero, también es cierto que otros comportan procesos inciertos o, en todo caso, estocásticos (desarrollos biológicos). Podría suceder, que la vida, en lo que tiene de irreversibilidad, se hallara, también, inscrita en las leyes generales desde el momento primigenio del Big-Bang. Pero la ciencia, de tanto buscar las generalidades, las simetrías y las leyes, ha encontrado lo mutable, lo temporal y lo complejo.

En este sentido, los estudiosos de todos los ámbitos del conocimiento están observando procesos en los cuales tiene lugar la transición del caos al orden, es decir secuencias dirigidas a una autoorganización. La pregunta que se impone es cómo tiene lugar esta creación de estructuras, es decir esta autoorganización. Pues bien, dada la entropía de un sistema, si se perturba de tal manera que un estado permanece suficientemente cerca del equilibrio el sistema responde reestableciendo la situación inicial. Existen, pues, mecanismos que lo hacen inmune a las perturbaciones. Se trata de un sistema estable. Pero si un estado es llevado suficientemente lejos del equilibrio, entra en una situación de inestabilidad en relación con la perturbación. Este punto se acostumbra a denominar punto de bifurcación. En él tienen lugar nuevas situaciones que pueden corresponder a comportamientos alejados del originario. En este contexto las ecuaciones deterministas no tienen utilidad para predecir qué camino será el elegido entre los existentes en la bifurcación. En muchas de estas bifurcaciones se produce una ruptura de simetría. Es el caso en que existe una solución izquierda y una solución derecha, pero que la naturaleza sólo elige una de las dos. Se puede decir, así, que existe simetría en las ecuaciones pero no en las soluciones.

Como señala Paul Valéry “le sens du mot déterminisme est du même degré de vague que celui du mot liberté” (...) “Le déterminisme rigoureux est profondément déiste. Car il faudrait un dieu pour apercevoir cet enchaînement infini complet... De sorte que le dieu retranché de la création et de l’invention de l’univers est restitué pour la compréhension de cet univers”<sup>8</sup>. Un universo en el que, las formas que vemos en la naturaleza no guardan semejanza, normalmente, con las figuras geométricas tradicionales de la matemática, aunque algunas veces sí la tienen. Recordemos que, en 1610, Galileo Galilei dijo que: “la matemática es el lenguaje de la naturaleza”. Pero la verdad es que la geometría de la naturaleza resulta de difícil representación mediante las formas usuales de Euclides o por el cálculo diferencial. Su escaso orden la convierte en caótica. Adoptamos así, el término acuñado por Norbert Wiener, cuando quería expresar una forma extrema de desorden.

Benoît Mandelbrot en su obra *The Fractal Geometry of Nature*<sup>9</sup> señala que las nubes no son esferas, las montañas no son círculos y la corteza de un árbol no es lisa. Con esta idea desarrolla una nueva matemática capaz de describir y estudiar la estructura irregular de los objetos naturales. Acuñó un nombre, fractales<sup>10</sup>, para designar estas nuevas formas geométricas.

Los fractales, igual que sucede con el caos, se asientan sobre la estructura de la irregularidad. En las dos, la imaginación geométrica adquiere importancia fundamental. Ahora bien, si en los fractales domina la geometría, en el caos ésta se halla supeditada a la dinámica. Los fractales proporcionan un nuevo lenguaje susceptible de describir la forma del caos. “La geometría fractal se caracteriza por dos elecciones: la elección de problemas en el seno del caos de la naturaleza... y la elección de herramientas en el seno de las matemáticas... Estas dos elecciones han creado algo nuevo: entre el dominio del caos incontrolado y el orden excesivo de Euclides, hay a partir de ahora una nueva zona de orden fractal”<sup>11</sup>

---

<sup>8</sup> Valéry, P.: Cahiers. I. Bibliothèque de la Pléiade. Ed. Gallimard. Paris 1973 Págs. 651 y 531

<sup>9</sup> Existe una versión española traducida de la tercera edición francesa con título “Les objets fractals. Forme, hasard et dimension”, editada en 1993 por Tusquets Editores, S.A. que lleva por título “Los objetos fractales”, versión de la que somos tributarios.

<sup>10</sup> El adjetivo latino fractus se puede traducir por interrumpido, irregular.

<sup>11</sup> Mandelbrot, B: Los objetos fractales. Tusquets Editores Barcelona 1993 Pág. 18

En la geometría convencional un punto o un número infinito de puntos son figuras de dimensión cero; una recta o una curva “euclídea” constituyen figuras de dimensión uno; un plano o una superficie de las habituales son figuras de dimensión dos; un cubo tiene una dimensión tres;... Fue gracias a la propuesta de Hausdorff, en 1919, que se han podido considerar algunas figuras ideales cuya dimensión no es un entero sino una fracción o también un número irracional. La dimensión fractal mide el grado de irregularidad e interrupción de un objeto fractal.

Ahora bien, también en la realidad existen objetos específicos cuya dimensión física efectiva posee un valor no convencional. Esto nos lleva a prestar atención a la relación entre las idealizaciones matemáticas (figuras) y los datos y formas reales (objetos). Paralelamente, se puede aceptar que un resultado numérico depende de la relación entre objeto observado y sujeto observador. “Ce qui change c’est le regard”. En otras palabras, la dimensión física tiene un componente de subjetividad y depende del grado de resolución. Un ejemplo presentado por Mandelbrot puede ser esclarecedor: “Un ovillo de 10 cm. de diámetro, hecho con hilo de 1 mm de sección tiene varias dimensiones efectivas distintas. Para un grado de resolución de 10 metros es un punto, y por tanto una figura de dimensión cero; para el grado de resolución de 10 cm. es una bola tridimensional; para el grado de resolución de 10 mm es un conjunto de hilos, y tiene por consiguiente dimensión uno; para el grado de resolución de 0.1 mm cada hilo se convierte en una especie de columna y el conjunto vuelve a ser de tres dimensiones; (...) y así sucesivamente ¡el valor de la dimensión no para de dar saltos!”<sup>12</sup>

En nuestro intento por explicar la naturaleza introducimos escalas de medida distintas según la dimensión del objeto estudiado. No existen grandes problemas para el estudio de aquellos fenómenos que comprenden un rango reducido de escalas, pero las dificultades aumentan cuando es esencial un gran rango.

Las formas geométricas tradicionales (triángulo, cuadrado, círculo, esfera, cilindro) pierden su estructura cuando son ampliadas (un círculo se convierte en una línea recta monótona cuando es observado a una escala suficientemente grande; para un diminuto ser humano la Tierra es lisa). El término fractal describe un tipo de objeto geométrico que sigue manifestando una estructura detallada en un gran rango de escalas.

En principio, los objetos naturales, tanto aquellos que nos son familiares (como la Luna, la Tierra, los mares), como aquellos que nos lo son menos, (como una distribución de errores en una recopilación estadística), son sistemas, dado que se hallan formados por partes diferenciadas en conexión entre sí. Pues bien, la dimensión fractal pone en evidencia un aspecto de estas leyes de conexión.

Las posibilidades de utilización de los fractales son amplias. Los fractales ponen en evidencia una nueva visión de la naturaleza, que, ahora, es apta para ser modelizada matemáticamente. Las posibilidades de representar de manera geométrica fenómenos económicos irregulares, abren las puertas de par en par al empleo fractal en el ámbito de las ciencias sociales. La preocupación por las fluctuaciones en las bolsas ¿no podría estimular el estudio de esta nueva geometría de la Naturaleza por parte de economistas y especialistas en gestión?.

## **NACIMIENTO Y DESARROLLO DE UNA TEORÍA DE LA INCERTIDUMBRE GENUINAMENTE MEDITERRÁNEA**

Resulta impensable no aceptar que los sistemas son muy sensibles a las variaciones de las condiciones iniciales o de las existentes en algún instante de su actividad<sup>13</sup>. En otros términos, se

---

<sup>12</sup> Mandelbrot, B.: Los objetos fractales. Tusquets Editores. Barcelona 1993, Pág. 21

<sup>13</sup> Este apartado ha sido extraído de Gil-Aluja, J.: “La pretopología en la gestión de la incertidumbre” Discurso de investidura como Doctor “Honoris Causa” de la Universidad de León. Publ. Universidad de León. León 2002. Págs. 47-78.

concibe, así, que cuando una perturbación excede de un cierto nivel, las desviaciones futuras llevan a un proceso no controlable por el propio sistema, produciéndose el nacimiento de insospechados nuevos fenómenos. Sólo con este convencimiento es posible vislumbrar cómo hace cuatro mil millones de años pudo aparecer una célula viva de un vulgar caldo de aminoácidos. La complejidad de estos sistemas hace inviable su comprensión y explicación únicamente mediante leyes deterministas, sustentadas y desarrolladas con ecuaciones lineales. Ha hecho falta, y hará falta todavía, una gran dosis de imaginación para romper con los lazos que nos atenazan con el pasado, colocando en su lugar ecuaciones diferenciales “no lineales”, portadoras de un gran arsenal descriptivo de situaciones inciertas. Compiten, cohabitan o colaboran en esta tarea enfoques, de ayer o de hoy. Entre ellos destaca la teoría de los subconjuntos borrosos, cuyo epicentro se halla en una querrela que data de más de dos mil años. En efecto, Aristóteles (384-322 a.C.) señalaba: “Una simple afirmación es la primera especie de lo que llamamos proposiciones simples, y una simple negación es la segunda clase de ellas... Respecto de las cosas presentes o pasadas, las proposiciones, sean positivas o negativas, son por necesidad verdaderas o falsas. Y de las proposiciones que se oponen contradictoriamente debe ser una verdadera y una falsa”<sup>14</sup>. En esta misma línea se situaba el pensamiento de los estoicos a una de cuyas figuras centrales, Crisipo de Soli ( $\approx$  281-208 a.C.), se le atribuye la formulación del llamado “principio del tercio excluso” (una proposición o es verdadera o es falsa). Los epicúreos, contestaron con vigor este principio, señalando que sólo es aceptable si no se da una tercera posibilidad “tertium non datur” (tercio excluso). A pesar de su materialismo, Epicuro creía en la libertad de la voluntad, sugiriendo, incluso, que los átomos son libres y se mueven, de vez en cuando, con total espontaneidad. Esta idea tiene evidentes connotaciones con el principio de incertidumbre de Heisenberg.

Tienen que transcurrir veintidós siglos para que Lukasiewicz<sup>15</sup>, retomando la idea de los epicúreos, señalara que existen proposiciones que no son ni verdaderas ni falsas, sino indeterminadas. Esto le permite enunciar su principio de valencia (cada proposición tiene un valor de verdad). Asignó, inicialmente, tres valores de verdad: verdadero (1), falso (0), indeterminado (0,5), generalizando, luego, a  $n$  valores, para  $n$  igual o mayor que 2. Se inicia, así, el camino para las llamadas lógicas multivalentes.

Con ocasión del Congreso Internacional SIGEF de Buenos Aires<sup>16</sup>, intentamos asentar la posición epicúrea en las nuevas coordenadas surgidas del hallazgo de Zadeh<sup>17</sup>, enunciando el principio de la simultaneidad gradual ( toda proposición puede ser a la vez verdadera y falsa, a condición de asignar un grado a su verdad y un grado a su falsedad). Antes y después, un buen número de científicos han ido colocando, piedra tras piedra, los cimientos de lo que puede ser un nuevo edificio del saber. Numerosos grupos de investigación pertenecientes a universidades de los cinco continentes están trabajando en las distintas ramas del árbol de la ciencia. “A todos ellos nuestro más rendido homenaje. A ellos y a cuantos han entreabierto puertas para que otros las traspasen. A aquellos de quienes nunca conoceremos su nombre. A los que no disponen ni de un mísero rincón en las casi infinitas páginas de la historia”<sup>18</sup>.

## BIBLIOGRAFÍA

- Aristóteles (1977): Obras. Lógica. De la expresión o Interpretación. Ed. Aguilar. Barcelona.
- Bruno, G. (1972): “De la causa”, Opera Italiane, quinto diálogo. I. Bari 1907. Citado por Lecrerc, I.: The Nature of Physical Existente. George Allen and Urwin Ltd. Londres.

<sup>14</sup> Aristóteles: Obras. Lógica. De la expresión o Interpretación. Ed. Aguilar. Barcelona, 1977. Págs. 258-260

<sup>15</sup> Lukasiewicz, J.: “O zasadzie wylaczonego srodka” Przegł'd Filozficzny, 13, 1910, Pág. 372-373.

<sup>16</sup> Gil Aluja, J.: Lances y desventuras del nuevo paradigma de la teoría de la decisión. Proceedings del III Congreso de la Sociedad Internacional de Gestión y Economía Fuzzy. Buenos Aires, 10-13 noviembre 1996 (sin numerar)

<sup>17</sup> Zadeh, L.: Fuzzy Sets. Information and Control, 8, Junio 1965, Pág. 338-353.

<sup>18</sup> Gil Aluja, J.: “Génesis de una teoría de la incertidumbre” Discurso pronunciado con ocasión del acto de imposición de la Gran Cruz de la Orden Civil de Alfonso X el Sabio. Eds. Real Academia de Ciencias Económicas y Financieras y Reial Academia de Doctors. Barcelona, 20 enero 2000, Pág. 27.

- De Luca, A. y Termini, S. (1972): "A definition of nonprobabilistic entropy in the setting of fuzzy sets theory". *Information and Control*, 20.
- Einstien-Besso (1972): *Correspondence*. Ed. P. Speziali, Hermen. París.
- Gil Aluja, J. (1996): *Lances y desventuras del nuevo paradigma de la teoría de la decisión*. Proceedings del III Congreso de la Sociedad Internacional de Gestión y Economía Fuzzy. Buenos Aires, 10-13 noviembre.
- Gil Aluja, J. (2000): "Génesis de una teoría de la incertidumbre" Discurso pronunciado con ocasión del acto de imposición de la Gran Cruz de la Orden Civil de Alfonso X el Sabio. Eds. Real Academia de Ciencias Económicas y Financieras y Reial Academia de Doctors. Barcelona, 20 enero.
- Gil-Aluja, J. (2002): "La pretopología en la gestión de la incertidumbre" Discurso de investidura como Doctor "Honoris Causa" de la Universidad de León. Publ. Universidad de León. León.
- Kaufmann, A. (1973): "Introduction a la théorie des sous-ensembles flous a l'usage des ingénieurs". Masson et Cie. Editeurs. Paris.
- Kaufmann, A. y Gil Aluja, J. (1991): "Nuevas técnicas para la dirección estratégica". Publicaciones de la Universitat de Barcelona. Barcelona.
- Lukasiewicz, J. (1910): "O zasadzie wylaczonego srodka" *Przeegl'd Filozficzny*, 13.
- Mandelbrot, B. (1993): *Los objetos fractales*. Tusquets Editores Barcelona.
- Rosenfeld, A. (1971): "Fuzzy groups". *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 35.
- Sugeno, M. (1977): "Fuzzy measures and fuzzy integrals, a survey". En Gupta, Saridis y Gaines.
- Valéry, P. (1973): *Cahiers. I. Bibliothèque de la Pléiade*. Ed. Gallimard. Paris.
- Zadeh, L. (1965): *Fuzzy Sets*. *Information and Control*, 8, Junio.
- Zimmermann, H.J. (1978): "Results of empirical studies in fuzzy set theory" en Klir, G.J.: *Applied General Systems Research*. Plenum Press. New York.